

7. Sekundärliteratur

**Zu der öffentlichen Prüfung, welche mit den Zöglingen
der Realschule I. Ordnung im Waisenhouse zu Halle am ...
in dem Versammlungssaale des neuen ...**

Halle (Saale), 1838

1. Die Auflösung der Gleichungen.

Nutzungsbedingungen

Die Digitalisate des Francke-Portals sind urheberrechtlich geschützt. Sie dürfen für wissenschaftliche und private Zwecke heruntergeladen und ausgedruckt werden. Vorhandene Herkunftsbezeichnungen dürfen dabei nicht entfernt werden.

Eine kommerzielle oder institutionelle Nutzung oder Veröffentlichung dieser Inhalte ist ohne vorheriges schriftliches Einverständnis des Studienzentrums August Hermann Francke der Franckeschen Stiftungen nicht gestattet, das ggf. auf weitere Institutionen als Rechteinhaber verweist. Für die Veröffentlichung der Digitalisate können gemäß der Gebührenordnung der Franckeschen Stiftungen Entgelte erhoben werden.

Zur Erteilung einer Veröffentlichungsgenehmigung wenden Sie sich bitte an die Leiterin des Studienzentrums, Frau Dr. Britta Klosterberg, Franckeplatz 1, Haus 22-24, 06110 Halle (studienzentrum@francke-halle.de)

Terms of use

All digital documents of the Francke-Portal are protected by copyright. They may be downloaded and printed only for non-commercial educational, research and private purposes. Attached provenance marks may not be removed.

Commercial or institutional use or publication of these digital documents in printed or digital form is not allowed without obtaining prior written permission by the Study Center August Hermann Francke of the Francke Foundations which can refer to other institutions as right holders. If digital documents are published, the Study Center is entitled to charge a fee in accordance with the scale of charges of the Francke Foundations.

For reproduction requests and permissions, please contact the head of the Study Center, Frau Dr. Britta Klosterberg, Franckeplatz 1, Haus 22-24, 06110 Halle (studienzentrum@francke-halle.de)

urn:nbn:de:hbz:061:1-181344

A n w e n d u n g e n.

1. Die Auflösung der Gleichungen.

33. Wenn $f(x) = x^n + Ax^{n-1} + Bx^{n-2} \dots = 0$, m gleiche Wurzeln, jede $= a$, hat, so ist $f(x) = (x - a)^m F(x)$, wo $F(x)$ den Factor $x - a$ nicht enthält. Folglich ist

$$f'(x) = (x - a)^{m-1} \{ (x - a) F'(x) + m F(x) \}.$$

Wenn in dem Ausdrucke $f(x)$ also m gleiche Factoren sind, so kommen in der Ableitung noch $m - 1$ derselben vor.

Wenn daher $f(x)$ und $f'(x)$ keinen gemeinschaftlichen Theiler haben, so hat $f(x) = 0$ nur von einander verschiedene Wurzeln. Wenn dagegen $f(x)$ und $f'(x)$ den gemeinschaftlichen Theiler $x - a$ haben, so hat $f(x)$ den Factor $(x - a)^2$, folglich hat $f(x) = 0$ zwei gleiche Wurzeln, jede $= a$. Und wenn $f(x)$ und $f'(x)$ den gemeinschaftlichen Theiler $(x - a)^m$ haben, so hat $f(x)$ den Theiler $(x - a)^{m+1}$, folglich hat die Gleichung $m + 1$ gleiche Wurzeln, jede $= a$.

Man suche daher den größten gemeinschaftlichen Theiler $\varphi(x)$ von $f(x)$ und $f'(x)$. Jede einfache Wurzel von $\varphi(x) = 0$ ist eine zweifache von $f(x) = 0$; jede zweifache Wurzel von $\varphi(x) = 0$ ist eine dreifache von $f(x) = 0$ u. s. w.

Die gleichen Wurzeln von $\varphi(x) = 0$ erforscht man, indem man den größten gemeinschaftlichen Theiler von $\varphi(x)$ und $\varphi'(x)$ aufsucht, und die Werthe bestimmt, für welche derselbe zu Null wird.

34. Es sei a ein Werth, welcher von einer Wurzel der Gleichung wenig verschieden ist, und der noch fehlende Theil sei z . Dann ist

$$f(a + z) = f(a) + f'(a)z + f''(a) \frac{z^2}{1 \cdot 2} \dots = 0.$$

Um einen genäherten Werth von z zu finden, kann man die höheren Potenzen von z weglassen, und $f(a) + f'(a)z = 0$, oder $z = -\frac{f(a)}{f'(a)}$

setzen. Dann ist $a - \frac{f(a)}{f'(a)}$ ein Werth, welcher der Wurzel näher kommt, als a .

Wenn man denselben anstatt a in die Gleichung $z = -\frac{f(a)}{f'(a)}$ einsetzt, und das Resultat zu dem vorigen Näherungswerthe addirt, so erhält man einen noch mehr genäherten Werth.

Es sei z. B. $f(x) = x^3 - 2x - 5 = 0$. Aus $f(2) = -1$, $f(3) = +16$, folgt, daß zwischen 2 und 3, und zwar näher bei 2, eine Wurzel der Gleichung liegt.

Nun ist $f'(x) = 3x^2 - 2$, folglich $f(2) = -1$, $f'(2) = 10$, und $z = -\frac{f(a)}{f'(a)} = \frac{1}{10}$, folglich 2,1 ein Näherungswert der Wurzel.

Setzt man $a = 2,1$, so wird $f(a) = 0,061$, $f'(a) = 11,23$, daher $z = -\frac{f(a)}{f'(a)} = -0,00543$, also $2,1 - 0,00543 = 2,09457$ ein neuer Näherungswert. Behandelt man diesen wie die vorigen, so findet man 2,09456148 als Näherungswert der Wurzel.

2. Von den Werthen der Functionen, wenn dieselben unbestimmt zu sein scheinen.

35. Wenn ein besonderer Werth einer Function die Form $\frac{0}{0}$, $\frac{\infty}{\infty}$, $0 \cdot \infty$, annimmt, so erscheint er unter unbestimmter Form, ohne darum unbestimmt zu sein. So wird $\frac{a^2 - x^2}{a - x} = \frac{0}{0}$ für $x = a$. Die Unbestimmtheit rührt hier daher, daß man einen gemeinschaftlichen Factor, welcher für $x = a$ zu Null wird, nicht zuvor entfernt hat. Denn es ist $\frac{a^2 - x^2}{a - x} = \frac{(a - x)(a + x)}{a - x} = a + x$, folglich $= 2a$, wenn $x = a$.

Ist die gebrochene Function $y = \frac{F(x)}{f(x)}$ gegeben, welche $\frac{0}{0}$ wird, wenn $x = a$, weil $F(a) = f(a) = 0$: so ist

$$\frac{F(a+h)}{f(a+h)} = \frac{F(a) + F'(a)h + F''(a)\frac{h^2}{1.2} \dots}{f(a) + f'(a)h + f''(a)\frac{h^2}{1.2} \dots}$$

Weil aber $F(a) = f(a) = 0$, so ist

$$\frac{F(a+h)}{f(a+h)} = \frac{F'(a)h + F''(a)\frac{h^2}{1.2} \dots}{f'(a)h + f''(a)\frac{h^2}{1.2} \dots} = \frac{F'(a) + F''(a)\frac{h}{1.2} \dots}{f'(a) + f''(a)\frac{h}{1.2} \dots}$$

Folglich erhält man, wenn $h = 0$ gesetzt wird,

$$\frac{F(a)}{f(a)} = \frac{F'(a)}{f'(a)}.$$