7. Sekundärliteratur

Zu der öffentlichen Prüfung, welche mit den Zöglingen der Realschule I. Ordnung im Waisenhause zu Halle am ... in dem Versammlungssaale des neuen ...

Halle (Saale), 1838

I. Die mathematischen Grundlagen der wichtigsten Lebens-Versicherungs-Arten. Von August Wiegand.

urn:nbn:de:hbz:061:1-181344

I.

Die
mathematischen Grundlagen
der wichtigsten
Lebens-Versicherungs-Arten.

Von

August Wiegand.

Vorwort.

Die nachfolgende Darlegung der mathematischen Grundlagen der wichtigsten Lebensversicherungs-Arten ist aus dem Wunsche hervorgegangen, auch unsrerseits das Lebensversicherungswesen fördern zu helfen und namentlich zur Belebung des Vertrauens zu Lebensversicherungs-Instituten Etwas beizutragen. Wir erkennen in dem Lebensversicherungswesen eine der größten Wohlthaten der menschlichen Gesellschaft und haben deshalb immer schmerzlich beklagt, daß das Vorurtheil der Menge darin zur Zeit immer noch eine unsichere Speculation erblickt. Von allen Versicherungsarten ist die Lebensversicherung die Einzige, welche auf streng mathematischen Grundlagen ruht und deshalb auch die Einzige, welche die Garantie ihres sicheren Bestehens in sich trägt. Dies nachzuweisen, ist der Zweck der nachfolgenden Abhandlung. Die darin ausgeführten Rechnungen sind mit Ausschluß der Leibrententabelle (Colonne f. in Tab. I.) bis jetzt — so viel wir wissen — noch nicht bekannt gemacht worden und hoffen wir durch ihre Veröffentlichung auch den Versicherungs-Instituten Behufs einer Controle ihrer Tarife einen Dienst geleistet zu haben.

Wir haben die Abhandlung in zwei Abschnitte getheilt, deren erster von der Versicherung des *einfachen Lebens* und deren zweiter von der des *verbundenen Lebens* handelt. Jeder Abschnitt umfaßt drei Versicherungsarten und haben wir diejenigen ausgewählt, welche wir vorzugsweise für ein Bedürfniß erachten.

Die Versicherungen sind:

1) die Leibrentenversicherung;
2) die gemeine Lebensversicherung;
3) die Aussteuerversicherung mit und ohne Rückgewährung der Prämien;
4) die Wittwenpensions-Versicherung;
5) die Versicherung eines Kapitals, zahlbar beim Tode des von zwei versicherten Personen Zuerststerbenden;

6) die Versicherung eines Kapitals, zahlbar beim Tode einer Person A für den Fall, daß dann eine zweite Person B noch an Leben sei.

Bei 1) und 2) ist die Sterblichkeitstafel benutzt worden, welche aus den Beobachtungen von 17 englischen Gesellschaften hervorgegangen ist; bei 3) die bis jetzt — wie es scheint — noch wenig beachtete, aber überaus wichtige Tabelle von de Montferrand; bei 4), 5) und 6) endlich ist die verbesserte Brune'sche Sterblichkeitstafel zu Grunde gelegt worden.

Zur Charakterisirung der einzelnen Versicherungsarten bemerken wir noch, daß

die Erste sich vorzugsweise eignet für alleinstehende Personen, die sich eine sorgenfreie Zukunft sichern wollen;

die Zweite namentlich für Familienväter bestimmt ist, die ihren Kindern ein Kapital hinterlassen wollen;

die Dritte dazu dient, um Söhnen die Mittel zum Studiren oder zur Begründung eines Geschäfts und Töchtern eine Mitgift zu sichern;

die Vierte Wittwen durch Sicherung einer Pension vor Mangel schützen soll;

die Fünfte endlich für kinderlose Eheleute die empfehlenswertheste ist, wenn der Mann einzig und allein für seine Frau zu sorgen hat. Sie ist in diesem Fall der reinen Lebensversicherung unter Nr. 2. vorzuziehen, weil sie billigere Prämiensätze hat. Selbstverständlich wird sie auch Vätern, die ein einziges Kind haben, ganz besonders zu empfehlen sein.

Halle, den 9. März 1854.

Wiegand.

Erster Abschnitt.

Einfaches Leben.

Erstes Kapitel.

Theorie der Leibrenten.

Wir wollen im Folgenden unter einer Leibrente ein festbestimmtes Kapital verstehen, welches alljährlich postnumerando an eine bestimmte Person bis zu deren Tode von einer Versicherungsbank gezahlt wird. Wir fragen zunächst nach der Summe (Mise), welche eine in einem bestimmten Lebensalter stehende Person jetzt gleich und ein für allemal zu erlegen hat, um sich eine jährliche Leibrente von 1 Thaler zu erwerben. Ehe wir jedoch die Antwort auf diese Frage geben können, bedarf es noch einer Verständigung über den gegenwärtigen (baaren) Werth eines erst nach 1, 2, 3 oder mehreren Jahren zahlbaren Kapitals. Wenn ein Kapital, das heute eingezahlt wird, übers Jahr sich um die Zinsen von einem Jahre vermehrt, so hat selbstverständlich ein erst übers Jahr fälliges Kapital heute nicht denselben Werth, sondern einen geringeren. Zur Bestimmung dieses baaren Werthes eines erst nach einem Jahre zahlbaren Kapitals gelangen wir durch folgende einfache Betrachtung.

Nehmen wir den Zinsfuß von p% an, so sind 100 Thaler nach einem Jahre $100 + p$ Thaler Werth. Fragen wir nun nach dem Werthe (x), den ein nach einem Jahre zahlbares Kapital (C) heute hat, so finden wir diesen durch das einfache Regeldetri-Exempel: $100 + p$ Thaler sind 100 Thaler werth, wie viel sind C Thaler werth? Die Ausrechnung giebt

$$x = C \frac{100}{100 + p}.$$

Wollen wir ferner wissen, welchen Werth ein solches Kapital 2 Jahre früher habe, so werden wir den Werth, den es ein Jahr früher hatte, noch einmal mit $\frac{100}{100+p}$ zu multipliciren haben. Der Betrag ist also

$$x\,\frac{100}{100+p} = C\,\frac{100}{100+p}\cdot\frac{100}{100+p}$$
$$= C\left(\frac{100}{100+p}\right)^2.$$

Ohne Weiteres dürfte nun klar sein, daß der baare Werth des nach 3, 4, 5, ... n Jahren zahlbaren Kapitales C bezüglich ausgedrückt wird durch die Werthe

$$C\left(\frac{100}{100+p}\right)^3,\ C\left(\frac{100}{100+p}\right)^4,\ C\left(\frac{100}{100+p}\right)^5,\ C\left(\frac{100}{100+p}\right)^n.$$

Die Factoren, womit im vorhergehenden C multiplicirt worden ist, werden Discontirungsfactoren genannt, und finden sich für 4% als Decimalbrüche in Tabelle II. unter der Colonne c aufgestellt.

Durch die vorhergehenden Betrachtungen haben wir uns nun den Weg zu unserem eigentlichen Ziele gebahnt. Wir frugen nämlich nach der Summe, welche eine in einem bestimmten Lebensalter stehende Person jetzt gleich und zwar ein für allemal zu erlegen habe, um sich die Anwartschaft auf eine jährliche Leibrente von 1 Thaler zu erwerben. Zu dem Ende wollen wir, um zu einer allgemeinen Regel zu gelangen, die Anzahl der Personen, die nach unserer Sterblichkeitstabelle in dem Alter von n Jahren noch am Leben sind mit a_n bezeichnen. (Es wäre sonach z. B. für das zwanzigste Lebensjahr $a_n = a_{20} = 93268$.) Entsprechend sollen die Zahlen der 1, 2, 3, u. s. f. Jahre später noch Lebenden durch

$$a_{n+1},\ a_{n+2},\ a_{n+3}\ \text{etc.}$$

bezeichnet werden. Wir wollen nun weiter annehmen, daß sich die sämmtlichen a_n Personen die besagte Leibrente erwerben wollten, so würde nach abgeschlossener Versicherung die Leibrentenbank die Verpflichtung übernommen haben, zuerst an die am Schlusse des $n$ten Jahres noch lebenden a_{n+1} Personen je einen Thaler, dann an die am Schlusse des zweiten Jahres noch lebenden a_{n+2} Personen ebenfalls je einen Thaler, überhaupt an die von den sämmtlichen a_n Personen am Schlusse jedes folgenden Jahres noch Lebenden je einen Thaler zu bezahlen. Die Leistung der Bank bestünde demnach in Zahlung von

a_{n+1} Thalern nach 1 Jahre,
a_{n+2} " " 2 Jahren,
a_{n+3} " " 3 "
a_{n+4} " " 4 "
u. s. f.,

bis alle Versicherten mit Tode abgegangen sind. Aus dem Früheren ist nun klar, daß diese Zahlungen heute bezüglich die Werthe

$$a_{n+1} \cdot \frac{100}{100+p}; \quad a_{n+2} \cdot \left(\frac{100}{100+p}\right)^2; \quad a_{n+3} \cdot \left(\frac{100}{100+p}\right)^3; \text{ ꝛc.}$$

haben. Die Summe aller dieser Produkte wäre sonach der baare Werth der Gesammtleistung der Bank und es wäre also, wenn S diese Summe bezeichnet

$$S = a_{n+1} \cdot \left(\frac{100}{100+p}\right) + a_{n+2} \cdot \left(\frac{100}{100+p}\right)^2 + a_{n+3} \cdot \left(\frac{100}{100+p}\right)^3 + \text{ꝛc.}$$

Um die Ausrechnung dieser einzelnen Produkte bei den Versicherungen zu jedem anderen Lebensalter nicht aufs Neue ausführen zu müssen, wollen wir der Summe S noch eine etwas andere Form geben. Da ein Zahlenausdruck seinem Werthe nach ganz ungeändert bleibt, wenn man ihn mit einer und derselben Zahl multiplicirt und das Produkt durch dieselbe Zahl dividirt, so wird auch unser S sich nicht ändern, wenn wir alle Glieder mit $\left(\frac{100}{100+p}\right)^n$ multipliciren und das erlangte Resultat mit demselben Ausdrucke dividiren. Dadurch nimmt unser S nach den Regeln der Potenzrechnung die Form an

$$S = \frac{a_{n+1} \cdot \left(\frac{100}{100+p}\right)^{n+1} + a_{n+2} \cdot \left(\frac{100}{100+p}\right)^{n+2} + a_{n+3} \cdot \left(\frac{100}{100+p}\right)^{n+3} + \ldots}{\left(\frac{100}{100+p}\right)^n}.$$

Dieses S erkannten wir nun als die Gesammtleistung der Bank für sämmtliche a_n versicherte Personen, welche offenbar durch ein von letzteren baar zu erlegendes Kapital aufzuwiegen ist. Da die Zahl der Versicherten a_n ist, so kommt auf jede der $a_n$te Theil, so daß wir für eine Person von n Jahren als Leibrentenwerth oder sogenannte Mise der Leibrente à 1 Thlr., wenn wir letztere mit L_n bezeichnen, erhalten:

$$L_n = \frac{a_{n+1} \cdot \left(\frac{100}{100+p}\right)^{n+1} + a_{n+2} \cdot \left(\frac{100}{100+p}\right)^{n+2} + \ldots}{a_n \cdot \left(\frac{100}{100+p}\right)^n} \ldots (A).$$

Wir wollen im Folgenden das Produkt aus der Zahl der Lebenden in irgend einem Alter in den Discontirungsfactor, welcher diesem Alter entspricht, d i e d i s c o n t i r t e Z a h l d e r L e b e n d e n nennen. Hiernach erhalten wir für die Berechnung des baaren Werthes einer Leibrente à 1 Thlr. für eine Person jedes Alters folgende einfache Regel:

Der baare Werth einer Leibrente für eine Person irgend eines Alters ist gleich der Summe der discontirten Zahlen der Lebenden aller späteren Alter, dividirt durch die discontirte Zahl der Lebenden im gegenwärtigen Alter der versicherten Person.

Nach dieser Regel ist die Tabelle **I.** berechnet worden. Durch Multiplication der unter der Colonne (b) angegebenen Lebenden mit den unter (c) enthaltenen entsprechenden Discontirungsfactoren ist die Colonne (d) erhalten worden. Aus dieser ist durch successive Summirung von oben herab die Colonne (e) und durch Division mit (d) in (e) die Colonne (f), welche die baaren Werthe einer Leibrente à 1 Thlr. für jedes Alter enthält, gebildet worden.

Zweites Kapitel.

Versicherung eines Kapitals, zahlbar beim Tode einer Person. — Sterbekassen.

Will sich Jemand in der Weise versichern, daß bei seinem Tode seinen Erben von einem Lebensversicherungs-Institute ein Kapital ausgezahlt wird, so kann er diese Anwartschaft sich erwerben entweder durch einmalige Zahlung eines Kapitals oder durch Zahlung eines jährlichen Beitrags (Prämienzahlung) bis zum Tode. Wir wollen im Folgenden beide Versicherungsarten beleuchten.

I. Versicherung durch einmalige Zahlung eines Kapitals.

Dieses einmal zu zahlende Kapital muß offenbar gleich sein dem baaren Werthe der Leistung der Bank und haben wir deshalb diesen zu ermitteln. Nehmen wir bei voriger Bezeichnung an, daß sich a_n Personen im $n$ten Lebensjahre versicherten, so hat die Bank am Schlusse des ersten Versicherungsjahres, das Versicherungskapital à 1 Thlr. gerechnet, an die $(a_n - a_{n+1})$ im Laufe dieses Jahres gestorbenen Personen je einen Thaler, in Summa also $(a_n - a_{n+1})$ Thaler zu zahlen. Der baare Werth dieser ersten Bankzahlung ist nun nach dem Früheren, wenn wir den Discontirungsfactor

$$\frac{100}{100+p} = d$$

setzen, $(a_n - a_{n+1}) \cdot d$ Thaler. Ohne Weiteres leuchtet ein, daß die Bankleistungen am Ende des 2ten, 3ten, ꝛc. Jahres der Reihe nach betragen werden

$$a_{n+1} - a_{n+2},\; a_{n+2} - a_{n+3},\; a_{n+3} - a_{n+4}$$

und ihre baaren Werthe

$$(a_{n+1} - a_{n+2})\,d^2,\; (a_{n+2} - a_{n+3})\,d^3,\; (a_{n+3} - a_{n+4})\,d^4, \text{ꝛc.},$$

so daß der baare Werth der Gesammtleistung der Bank für sämmtliche a_n Personen gleich der Summe

$$S = (a_n - a_{n+1})\,d + (a_{n+1} - a_{n+2})\,d^2 + (a_{n+2} - a_{n+3})\,d^3 + \ldots.$$

ist. Diesem Werthe von S können wir durch leichte Entwickelung eine andere Form geben. Wir erhalten nämlich, wenn wir mit den Potenzen von d aus multipliciren,

$$\begin{aligned} S &= [a_n d + a_{n+1} d^2 + a_{n+2} d^3 + \ldots] \\ &\quad - [a_{n+1} d + a_{n+2} d^2 + a_{n+3} d^3 + \ldots] \\ &= [a_n d + d\,(a_{n+1} d + a_{n+2} d^2 + \ldots)] \\ &\quad - [a_{n+1} d + a_{n+2} d^2 + \ldots] \\ &= a_n d - (1-d)\,[a_{n+1} d + a_{n+2} d^2 + \ldots]. \end{aligned}$$

Dies ist der baare Werth der Gesammtleistung der Bank für sämmtliche a_n Personen und es beträgt deshalb der baare Werth der Leistung einer Person, wenn wir denselben mit x bezeichnen,

$$\begin{aligned} x &= \frac{S}{a_n} \\ &= d - (1-d)\left\{\frac{a_{n+1}\,d + a_{n+2}\,d^2 + \ldots}{a_n}\right\}, \end{aligned}$$

oder wenn wir Zähler und Nenner in der großen Klammer mit d^n multipliciren,

$$x = d - (1-d)\left\{\frac{a_{n+1}\,d^{n+1} + a_{n+2}\,d^{n+2} + \ldots}{a_n\,d^n}\right\}.$$

Wir überzeugen uns, daß die große Klammer in ihrer jetzigen Form ganz übereinstimmt mit dem Ausdruck (A) im vorigen Kapitel und also den baaren Werth einer Leibrente für eine $n$jährige Person ausdrückt. Wir können somit unser x auch kurz so schreiben:

$$x = d - (1-d)\,L_n.$$

Um dafür noch die für die Berechnung bequemste Form zu finden, setzen wir wieder den Werth

$$d = \frac{100}{100+p}$$

ein und erhalten

$$x = \frac{100}{100+p} - \left\{1 - \frac{100}{100+p}\right\} L_n$$

oder nach leichter Entwickelung

$$x = \frac{100 - p\, L_n}{100 + p} \ldots (B).$$

Nach dieser Formel ist die Colonne (g) in Tabelle I. berechnet worden.

II. Versicherung durch jährliche Prämienzahlung.

Wenn die versicherte Person ein bei deren Tode zahlbares Kapital durch Zahlung einer sich gleichbleibenden jährlichen Prämie (P) erwerben will, so muß offenbar der baare Werth dieser Prämienzahlung dem vorher unter (B) aufgestelltem Werthe der Bankleistung gleich sein. Man übersieht leicht, daß die jährliche, praenumerando zu leistende, Prämienzahlung ganz gleichbedeutend ist mit einer praenumerando zu zahlenden oder sogenannten vorschußweisen Leibrente. Eine solche vorschußweise Leibrente à 1 Thlr. unterscheidet sich aber von der im Vorhergehenden betrachteten nachschußweisen nur einfach dadurch, daß zum baaren Werthe der letzteren nur noch eine einmalige Zahlung von 1 Thaler hinzukommt. Bei voriger Bezeichnung ist demnach der baare Werth einer nachschußreichen Rente

$$1 + L_n.$$

Beträgt nun der jährliche Prämiensatz P Thaler, so ist der baare Werth (y) der gesammten Prämienzahlung

$$y = P\,(1 + L_n) \ldots (C).$$

Da nun (B) und (C) gleich sein müssen, so erhalten wir die Gleichung

$$P\,(1 + L_n) = \frac{100 - p\,L_n}{100 + p}$$

und somit

$$P = \frac{100 - p\,L_n}{100 + p} : (1 + L_n) \ldots (D)$$

als Ausdruck für die jährlich zu zahlende Prämie für ein beim Tode zahlbares Kapital von 1 Thaler. Es leuchtet von selbst ein, daß bei einer Versicherungssumme von 100 Thalern diese jährliche Prämie mit 100 multiplicirt werden muß. Für eine solche Summe ist die Colonne (h) in Tabelle I. berechnet worden. Es ist nämlich jeder Werth unter Colonne (f) um 1 vermehrt, mit dem nun erhaltenen Werthe in den entsprechenden unter Colonne (g) dividirt und nachher der Quotient noch mit 100 multiplicirt worden. Die erhaltenen Resultate sind die unter Colonne (h) aufgestellten.

Drittes Kapitel.

Aussteuerversicherung.

Der Wunsch vieler Eltern, ihren Söhnen in einem bestimmten Lebensalter die Mittel zum Studieren oder zum Beginn eines bürgerlichen Geschäfts zu verschaffen oder ihren Töchtern zu einer Mitgift zu verhelfen, hat die sogenannte Aussteuerversicherung hervorgerufen. In neuerer Zeit sind solche Institute mehrfach entstanden und haben, nach der ungeheuren Betheiligung des Publikums zu schließen, den Beweis geliefert, wie sehr gerade Aussteuerversicherungs-Institute Bedürfniß sind. Leider kann aber auch nicht verhehlt werden, daß es unter den genannten Instituten nicht an solchen fehlt, die eine hinreichende Garantie ihres sicheren Bestehens nicht geben und es hat einige das Schicksal, das wir ihnen vorher gesagt haben, schon jetzt ereilt. Die Feststellung der theoretischen Grundlagen dieser Versicherungsart, die wir zuerst in der Schrift: „die höheren bürgerlichen Rechnungsarten" versucht haben, dürfte deshalb um so dringenderes Bedürfniß sein, als keine der über das Versicherungswesen handelnden Schriften, so viel wir wenigstens wissen, darüber handelt.

Wir wollen im Folgenden die vier Fälle unterscheiden:

1) Versicherung durch Zahlung in einer Summe ohne Rückgewähr;
2) Versicherung durch jährliche Prämienzahlung ohne Rückgewähr;
3) Versicherung durch Zahlung in einer Summe mit Rückgewähr;
4) Versicherung durch jährliche Prämienzahlung mit Rückgewähr.

I. Aussteuerversicherung durch Zahlung in einer Summe ohne Rückgewähr der letztern, wenn das Kind vor dem Versicherungstermine stirbt.

Wir nehmen an, daß Jemand ein Kind von k Jahren in der Weise und unter der Bedingung versichern wolle, daß demselben gegen eine jetzt gleich und nur einmal baar zu erlegende Summe (x) bei Erreichung des $n$ten Lebensjahres ein festgesetztes Kapital (C) ausgezahlt werde, daß aber die Einlage, falls das Kind vor Erreichung des $n$ten Jahres stürbe, dem Versicherungsinstitute verfallen sei. Um hier die Berechnungsformel für die Einlage (x) zu finden, haben wir hier wie früher die baaren Werthe der Leistungen der Bank sowohl als des Versicherungsuchenden zu ermitteln und einander gleich zu setzen. Da es offenbar ganz gleichgültig ist, in welches Jahr man diese baaren Werthe zurückversetzt, da zwei

Kapitale, die heute gleich sind, auch vor 10, 20, 30 ꝛc. Jahren dieselben baaren Werthe gehabt haben, so wollen wir diese baaren Werthe in das Geburtsjahr des Kindes versetzen.

Wenn bei früherer Bezeichnung im $k$ten Lebensjahre a_k Kinder versichert werden und jedes x Thaler zahlt, so ist der baare Werth der erlegten Summe bei der Geburt dieser gleichalterigen Kinder

$$a_k \,.\, d^k \,.\, x \;\ldots\; (E).$$

Wenn nun von diesen a_k Kindern a_n das $n$te Lebensjahr erreichen, so hat die Bank an jedes derselben C Thaler, in Summa also $a_n \,.\, C$ Thaler zu zahlen, welche bei der Geburt der Kinder den baaren Werth

$$a_n \,.\, d^n \,.\, C \;\ldots\; (F)$$

haben. Da $E = F$ sein muß, so haben wir

$$a_k \,.\, d^k \,.\, x = a_n \,.\, d^n \,.\, C$$

und also

$$x = \frac{a_n \,.\, d^n}{a_k \,.\, d^k} \,.\, C \;\ldots\; (G)$$

als Betrag der von einem Kinde im $k$ten Jahre zu zahlenden Einlage. Man hat also zur Berechnung die Regel:

> Man dividire die discontirte Zahl der Lebenden zur Zeit des Versicherungstermins durch die discontirte Zahl der Lebenden zur Zeit des Versicherungsabschlusses und multiplicire mit diesem Quotienten das Versicherungskapital.

Nach dieser Regel sind die Colonnen unter (f) in Tabelle II. berechnet worden. Die zu Grunde gelegte Sterblichkeitstabelle ist die sehr beachtenswerthe Tabelle für Frankreich von de Montferrand *); der Zinsfuß ist wieder 4% und als Versicherungsjahre sind das 18te, 21te und 24te angenommen worden. Die Werthe $a_n\, d^n$ und $a_k\, d^k$ sind aus der Colonne (d) genommen und die Quotienten mit $C = 100$ multiplicirt worden.

II. Die vorige Versicherung durch jährliche Prämienzahlung ohne Rückgewähr.

Bei dieser Versicherungsart bleibt die Leistung der Bank ganz dieselbe wie vorher, die Leistung (x) des zu versichernden Kindes wird jedoch hier durch jährliche Prämienzahlung bis zum $n$ten Lebensjahre, event. bei früherem Absterben bis zum Tode des Kindes gedeckt. Bleibt im Uebrigen Alles wie vorher, so zahlen die

*) s. Journal de l'école royale polytechnique. Tome XVI. p. 306.

die zuerst versicherten a_k Kinder à 1 Thlr. Prämie, folglich in Summa a_k Thaler, welche bei der Geburt den baaren Werth $a_k \cdot d^k$ haben. Entsprechend ist der baare Werth der von den im nächsten Jahre noch lebenden a_{k+1} Kindern gezahlten Prämien $a_{k+1} \cdot d^{k+1}$ u. s. f. Die letzte Prämienzahlung erfolgt bei erreichtem $(n-1)$ten Jahre oder (was dasselbe ist) beim Beginn des $n$ten, an dessen Schlusse das versicherte Kapital ausgezahlt wird. Wir haben somit als baaren Werth der gesammten Prämienzahlung à 1 Thlr.

$$a_k d^k + a_{k+1} d^{k+1} + a_{k+2} d^{k+2} + \ldots + a_{n-2} d^{n-2} + a_{n-1} d^{n-1},$$

und wenn wir die für jedes Kind zu zahlende Prämie mit P bezeichnen,

$$P\,(a_k d^k + a_{k+1} d^{k+1} + \ldots + a_{n-2} d^{n-2} + a_{n-1} d^{n-1}) \;\ldots.\; (H).$$

Da dieser Ausdruck dem unter (F) gleich sein muß, so erhalten wir

$$P = \frac{a_n d^n \cdot C}{a_k d^k + a_{k+1} d^{k+1} + \ldots + a_{n-2} d^{n-2} + a_{n-1} d^{n-1}} \;\ldots\; (J)$$

und somit zur Berechnung der Jahresprämie die Regel:

Man dividire die discontirte Zahl der Lebenden am Versicherungstermine durch die Summe der discontirten Zahlen der Lebenden in allen früheren Jahren vom Jahre des Versicherungsabschlusses an gerechnet und multiplicire den Quotienten mit dem Versicherungskapitale.

Nach dieser Regel sind die Werthe unter der Colonne (g) in Tabelle II. berechnet; in Colonne (e) sind nämlich die Summen der discontirten Zahlen aufgestellt, mit diesen in die discontirte Zahl der Lebenden resp. im 24ten, 21ten und 18ten Lebensjahre dividirt und der Quotient mit 100 multiplicirt worden.

III. Versicherung durch Zahlung in einer Summe mit Rückgewähr der Einlage, wenn das Kind vor dem Versicherungstermine stirbt.

Wir wollen diese Versicherungsart so verstehen, daß die für ein Kind gezahlte Einlage im Falle des Ablebens desselben vor dem Versicherungstermine an letzterem den Angehörigen zurückerstattet wird. Wenn demnach a_k Kinder im Alter von k Jahren versichert werden, so beträgt die Rückgewährung à 1 Thlr.

$$(a_k - a_n) \text{ Thaler},$$

indem $(a_k - a_n)$ die Zahl der bis zum $n$ten Lebensjahre gestorbenen Kinder ist und eine gleiche Anzahl Thaler von der Bank zurückzuerstatten ist. Bezeichnen wir nun die frühere Einlage unter (G) mit x und die Mehrzahlung Behufs Erlangung der Rückgewähr mit z, so sind von der Bank für jedes todte Kind $(x+z)$ Thaler, also in Summa

$$(a_k - a_n)\,(x+z) \text{ Thaler} \ldots (K)$$

am Versicherungstermine zurück zu erstatten. Für diese Rückgewähr sind nun von sämmtlichen a_k Kindern beim Versicherungsabschlusse, also im $k$ten Lebensjahre, außer der gewöhnlichen Einlage (x) die oben erwähnten z Thaler, also in Summa $z \cdot a_k$, zu zahlen, deren künftiger Werth, wenn die Bank keinen Schaden haben soll, dem Werthe unter (K) gleich sein muß. Ist B der baare Werth eines nach n Jahren zahlbaren Kapitals C, so ist, wie wir im ersten Kapitel gesehen haben,

$$B = C \cdot \left(\frac{100}{100+p}\right)^n.$$

Hieraus folgt

$$C = B \cdot \left(\frac{100+p}{100}\right)^n,$$

oder wenn wir $\frac{100+p}{100} = e$ setzen,

$$C = B \cdot e^n;$$

d. h. um den künftigen Werth eines Kapitales zu finden, hat man den gegenwärtigen Werth desselben mit

$$\frac{100+p}{100} = e$$

zu multipliciren. Hieraus folgt ohne Weiteres, daß die obenerwähnte Extra-Einlage $z \cdot a_k$ am Versicherungstermine den Werth

$$z \cdot a_k \cdot e^{n-k} \ldots (L)$$

hat, weil diese $z \cdot a_k$ Thaler $(n-k)$ Jahre in den Händen der Bank bleiben und von dieser genutzt werden. Setzen wir die Werthe unter (L) und (K) einander gleich, so erhalten wir

$$z \cdot a_k \cdot e^{n-k} = (a_k - a_n)\,(x+z)$$

und hieraus

$$z = \frac{(a_k - a_n)\,x}{a_k\, e^{n-k} - (a_k - a_n)}.$$

Bezeichnen wir nun die Gesammteinlage mit E, so ist

$$\begin{aligned} E &= z + x \\ &= \frac{(a_k - a_n)\,x}{a_k\, e^{n-k} - (a_k - a_n)} + x \\ &= \left\{\frac{(a_k - a_n)}{a_k\, e^{n-k} - (a_k - a_n)} + 1\right\} x \\ &= \frac{a_k\, e^{n-k}}{a_k\, e^{n-k} - (a_k - a_n)} \cdot x. \end{aligned}$$

Nun hatten wir unter (G)

$$x = \frac{a_n\, d^n}{a_k\, d^k} = \frac{a_n\, d^{n-k}}{a_k},$$

oder weil $d = \frac{1}{e}$,

$$x = \frac{a_n}{a_k\, e^{n-k}}.$$

Setzen wir diesen Werth oben ein, so erhalten wir

$$E = \frac{a_k\, e^{n-k}}{a_k\, e^{n-k} - (a_k - a_n)} \cdot \frac{a_n}{a_k\, e^{n-k}}$$

oder

$$E = \frac{a_n}{a_k\, e^{n-k} - (a_k - a_n)} \ldots (M).$$

Nach dieser Formel sind die Gesammteinlagen in Tabelle III. berechnet. Die Art der Berechnung ist aus der Tabelle selbst vollkommen ersichtlich.

IV. Versicherung durch jährliche Prämienzahlung mit Rückgewähr der gesammten Prämien am Versicherungstermine, wenn das Kind vor demselben stirbt.

Wir haben zunächst die Summe zu ermitteln, welche das Versicherungsinstitut am Versicherungstermine zu restituiren hat. Nehmen wir zunächst an, daß die nach unserer Tabelle das 23te Lebensjahr erreichenden Kinder sich sämmtlich zu dieser Zeit, also bei Antritt des 24ten Jahres versicherten und daß davon A Kinder das 24te Lebensjahr nicht erreichten, so würden bei einer Prämie von 1 Thlr. Seitens der Versicherungsbank einfach A Thaler zurück zu erstatten sein. Fände ferner die Versicherung der Kinder unter denselben Umständen beim Antritt des 23ten Jahres Statt und stürben noch in diesem Jahre B Kinder, so würde der einfache Betrag von B Thalern und außerdem, weil im nächsten Jahre wieder A Kinder sterben und diese bereits zweimal gesteuert haben, $2A$ Thaler in Summa also $(2A + B)$ Thaler zu restituiren sein. Gehen wir noch ein Jahr weiter zurück und lassen die Kinder beim Eintritt des 22ten Jahres versichert werden, davon noch im Laufe des Jahres C Kinder sterben, so dürfte nun ohne Weiteres klar sein, daß die Gesammtrückgewähr Seitens der Bank jetzt in Summa $3A + 2B + C$ betragen würde, u. s. f.

Die Tabelle IV. enthält in Colonne (b) die in den einzelnen Jahren sterbenden Kinder also bei voriger Bezeichnung die Werthe von A, B, C, 2c. Die Colonne

(c) hingegen ist durch successive Addition von Colonne (b) enstanden, enthält also die Werthe

$$A,$$
$$A + B,$$
$$A + B + C,$$
$$A + B + C + D,$$
$$A + B + C + D + E, \text{ etc.},$$

und endlich Colonne (d) die durch successive Addition der Colonne (c) entstandenen Werthe, also

$$A,$$
$$2A + B,$$
$$3A + 2B + C,$$
$$4A + 3B + 2C + D,$$
$$5A + 4B + 3C + 2D + E,$$
u. s. f.,

durch welche die am Versicherungstermine zu restituirenden Summen bezeichnet werden. Analog sind die Colonnen (c'), (d') und (c''), (d'') für's 21te resp. 18te Lebensjahr als Versicherungstermin construirt worden.

Bezeichnen wir nun die am Versicherungstermine für je einen Thaler Prämie Seitens der Bank zu leistenden Rückgewährungen mit R, die Hauptprämie (J) mit P und die Zusatzprämie zur Deckung der Rückgewähr mit Z, so hat die Bank als Gesammtrückgewähr

$$(P + Z)\ R \text{ Thaler}$$

zu leisten. Zur Bestimmung der Zusatzprämie Z führt nun folgende Betrachtung: Um $a_n \,.\, 100$ Thaler (Gesammtbetrag der Versicherungssummen) aufzubringen, waren P Thaler jährliche Prämie nöthig, wie viel (Z) Thaler sind nöthig, um $(P + Z)\ R$ Thaler aufzubringen? Wir haben also die Proportion

$$P : Z = a_n \,.\, 100 : (P + Z)\ R,$$

woraus wir erhalten

$$Z = \frac{P^2 R}{a_n \,.\, 100 - PR} \quad \ldots (N).$$

Um endlich die Gesammtprämie ($P + Z = G$) zu erhalten, haben wir zu Z noch P zu addiren und erhalten aus (N)

$$G = P + Z$$
$$= \frac{P^2 R}{a_n \,.\, 100 - PR} + P$$

$$G = \frac{P^2 R + P \cdot a_n \cdot 100 - P^2 R}{a_n \cdot 100 - PR} \text{ oder}$$

$$G = \frac{P \cdot a_n \cdot 100}{a_n \cdot 100 - PR} \ldots (O).$$

Nun hatten wir aber unter (J),

$$P = \frac{a_n \cdot d^n \cdot C}{a_k d^k + a_{k+1} d^{k+1} + \ldots a_{n-1} d^{n-1}},$$

welcher Ausdruck, wenn wir die Versicherungssumme $C = 100$ und die Summe der discontirten Zahlen der Lebenden [s. Tabelle II. unter (e)] $= \Sigma d$ setzen, übergeht in

$$P = \frac{a_n d^n \cdot 100}{\Sigma d}.$$

Substituiren wir diesen Werth in (O), so erhalten wir

$$G = \frac{\frac{a_n d^n \cdot 100}{\Sigma d} \cdot a_n \cdot 100}{a_n \cdot 100 - \frac{a_n d^n \cdot 100}{\Sigma d} \cdot R}$$

oder nach gehöriger Reduction

$$G = \frac{a_n d^n \cdot 100}{\Sigma d - R d^n} \ldots (P).$$

Nach dieser Formel sind die in Tabelle IV. in den Colonnen (o), (p), (q) aufgestellten Gesammtprämien einer Aussteuerversicherung mit Rückgewährung aller Prämien, falls das Kind vor dem Versicherungstermine stirbt, berechnet worden und zwar für das 24te, 21te und 18te Lebensjahr als Versicherungsjahr. Die Bildung der Colonnen (a), (b), (c), (d) wurde bereits vorher angegeben; die Colonnen (e), (f), (g) enthalten die baaren Werthe der in den Colonnen (d), (d′), (d″) aufgestellten Rückgewährungen bei der Geburt der Kinder oder bei früherer Bezeichnung die Werthe von $R d^n$. Die Colonnen (h), (i), (k) hingegen enthalten die Summen der discontirten Zahlen der lebenden Kinder oder die baaren Werthe der Prämienzahlung à 1 Thlr., entnommen aus den Colonnen unter (e) in Tabelle II. Die Colonnen (l), (m), (n) ferner enthalten die bezüglichen Differenzen $\Sigma d - R d^n$ und endlich die Colonnen unter (o), (p), (q) die Gesammtprämien, berechnet durch Division mit den letztgenannten Differenzen in die discontirte Zahl der am Versicherungstermine noch lebenden Kinder.

Zweiter Abschnitt.

Verbundenes Leben.

Viertes Kapitel.

Wittwenpensionen.

Von den Versicherungen verbundener Leben stellen wir die wichtigste und am häufigsten vorkommende voran, d. i. die Versicherung von Wittwenpensionen. Wir stellen uns deshalb folgende hierauf bezügliche Aufgabe:

Von zwei Eheleuten zahlt der Mann (n Jahre alt) an eine Wittwenkasse alljährlich postnumerando einen Beitrag B während des Bestehens der Ehe; wogegen die Kasse seiner Frau (jetzt k Jahre alt), wenn sie ihren Ehemann überleben sollte, als Wittwe vom Ende des Todesjahres ab bis zu deren Tode eine Pension P postnumerando auszahlt. Welches ist die Berechnungsformel zwischen den genannten Größen?

Es wird sich hier wieder darum handeln, die baaren Werthe der beiderseitigen Leistungen zu ermitteln und diese einander gleich zu setzen.

Für den einsteuernden Ehemann besteht der baare Werth der Leistung in der Summe der baaren Werthe der mathematischen Hoffnungen *) sämmtlicher Beiträge. Die Hoffnungen hängen nun ab von der Wahrscheinlichkeit, daß beide Eheleute an jedem Zahlungstermine noch leben. Wenn nun im Folgenden a_n, a_{n+1}, ꝛc. die frühere Bedeutung für die Männer und α_k, α_{k+1}, ꝛc. die entsprechende für die

*) s. meine Schrift: Die höheren bürgerlichen Rechnungsarten. §. 41.

Frauen haben, so ist die Wahrscheinlichkeit, daß der n Jahre alte Ehemann nach einem Jahre noch lebt

$$\frac{a_{n+1}}{a_n}.$$

Entsprechend ist die Wahrscheinlichkeit, daß die Frau noch lebt

$$\frac{\alpha_{k+1}}{\alpha_k},$$

und die Wahrscheinlichkeit, daß beide zugleich nach einem Jahre noch leben

$$\frac{a_{n+1}}{a_n} \cdot \frac{\alpha_{k+1}}{\alpha_k} \text{ *)}.$$

Ganz analog erhält man als Wahrscheinlichkeiten, daß beide Eheleute nach 2, 3 2c. Jahren noch leben

$$\frac{a_{n+2}}{a_n} \cdot \frac{\alpha_{k+2}}{\alpha_k}; \quad \frac{a_{n+3}}{a_n} \cdot \frac{\alpha_{k+3}}{\alpha_k}; \text{ u. s. f.}$$

Es haben somit die Beiträge in den einzelnen Jahren die mathematischen Hoffnungen

$$\frac{a_{n+1}}{a_n} \cdot \frac{\alpha_{k+1}}{\alpha_k} \cdot B; \quad \frac{a_{n+2}}{a_n} \cdot \frac{\alpha_{k+2}}{\alpha_k} \cdot B; \text{ 2c.}$$

und es werden die baaren Werthe derselben bei früherer Bedeutung des Discontirungsfactors d ausgedrückt durch

$$\frac{a_{n+1}}{a_n} \cdot \frac{\alpha_{k+1}}{\alpha_k} \cdot Bd; \quad \frac{a_{n+2}}{a_n} \cdot \frac{\alpha_{k+2}}{\alpha_k} \cdot Bd^2; \text{ 2c.}$$

Bezeichnet nun E den baaren Werth der Gesammtleistung des Ehemannes, so haben wir

$$E = \frac{B}{a_n \cdot \alpha_k} \cdot \left\{ a_{n+1} \cdot \alpha_{k+1} \cdot d + a_{n+2} \cdot \alpha_{k+2} \, d^2 + a_{n+3} \cdot \alpha_{k+3} \, d^3 + \ldots \right\}$$

oder wenn wir die Glieder in der Klammer mit d^k multipliciren und den Factor außerhalb der Klammer mit d^k dividiren

$$E = \frac{B}{a_n \cdot \alpha_k \, d^k} \left\{ a_{n+1} \alpha_{k+1} \, d^{k+1} + a_{n+2} \, \alpha_{k+2} \, d^{k+2} + a_{n+3} \alpha_{k+3} \, d^{k+3} + \ldots \right\} \ldots (Q).$$

Wir erhalten somit zur Berechnung der Leistung des Ehemanns folgende Regel:

Man multiplicire die discontirten Zahlen der lebenden Frauen aller höheren Alter mit den entsprechenden Zahlen

---

*) s. vorgenannte Schrift: §. 40.

der lebenden Männer und dividire die Summe dieser Produkte durch das Produkt der discontirten Zahl der lebenden Frauen des gegebenen Alters und der Zahl der lebenden Männer. Mit dem Quotienten ist der jährliche Beitrag zu multipliciren.

Dächten wir uns, daß die Eheleute während der Ehedauer die vorgenannten B Thaler als Rente bekämen, so würde offenbar der baare Werth dieser Eherente ebenfalls durch die Formel unter (Q) ausgedrückt werden, da es für den Betrag jener Zahlungen ganz gleichgültig ist, ob sie geleistet oder empfangen werden. Wir können also auch sagen, daß die Formel (Q) den baaren Werth einer nachschußweisen Eherente darstelle.

Wenn, wie es üblich ist, die Beiträge Seitens des Ehemannes praenumerando geleistet werden, so kommt zu dem Werthe von E noch der einfache Betrag der jährlichen Steuer B hinzu und es wäre somit

$$B + \frac{B}{a_n \alpha_k d^k} \cdot \left(a_{n+1} \alpha_{k+1} d^{k+1} + a_{n+2} \alpha_{k+2} d^{k+2} + \ldots\right) \ldots (R)$$

der baare Werth einer vorschußweisen Steuer oder vorschußweisen Eherente.

Kommen wir jetzt zur Bestimmung des baaren Werthes der Leistung der Wittwenkasse.

Das Leben der Frau zerfällt in zwei Perioden: 1) die Ehedauer, 2) die Wittwendauer; Pensionen erhält sie nur während der zweiten Periode. Bekäme sie auch während der ersten Periode die fragliche Pension als Eherente ausgezahlt, so würde sie eine vollständige Leibrente genießen und es geht also hieraus hervor, daß der baare Werth der Wittwenpension sich ansehen läßt als die Differenz zwischen den baaren Werthen einer Leibrente und einer Eherente. Bezeichnen demnach L^1 und E^1 bezüglich die baaren Werthe einer nachschußweisen Leibrente und Eherente à 1 Thaler, und P den jährlichen Betrag der Wittwenpension, so ist

$$(L^1 - E^1)\, P \ldots (S)$$

der baare Werth der Wittwenpensionen. Da dieser dem baaren Werthe der Zahlungen des Ehemannes, welcher bei der angenommenen Bezeichnung durch

$$B\,(1 + E^1)$$

ausgedrückt wird, gleich sein muß, so erhalten wir

$$B\,(1 + E^1) = (L^1 - E^1)\, P$$

oder

oder

$$B = \frac{(L^1 - E^1)\ P}{1 + E^1} \dots (T)$$

als Berechnungsformel für die Beiträge des Ehemannes.

Bei der wirklichen Berechnung der Wittwenkassen-Beiträge haben wir die durch die Erfahrungen der letzten Jahre verbesserte Brune'sche Sterblichkeitstafel benutzt. Nach dieser sind zunächst die Leibrenten der Frauen berechnet und in Tabelle V. aufgestellt. Für die Eherenten gestattete uns hier der Raum nur die Aufstellung einer Tabelle, nämlich der Tabelle VI., wo für den Fall, daß die Frau 25 Jahre jünger ist als der Mann, die Eherenten von 5 zu 5 Jahren berechnet und in Colonne (f) aufgestellt sind. Um nun die Wittwenkassen-Beiträge selbst zu erhalten, setzen wir die Werthe aus Colonne (e) in Tabelle V. und aus Colonne (f) in Tabelle VI. in die obige Formel (T) ein und erhalten so, wenn wir $P = 100$ annehmen, folgende Tabelle:

Wittwenkassen-Beiträge,

wenn die Frau 25 Jahre jünger ist als der Mann.

Alter der Frauen.	Alter der Männer.	Leibrente der Frauen. L^1.	Eherente. E^1.	$L^1 - E^1$.	Jährl. Beitrag für 100 Thlr. Wittwenpension. $\frac{(L^1 - E^1)\,100}{1 + E^1}$.
50	75	12,521	4,102	8,419	16,50
45	70	13,923	5,250	8,673	13,88
40	65	15,080	6,588	8,492	11,19
35	60	15,959	7,909	8,050	9,04
30	55	16,660	9,254	7,406	7,22
25	50	17,221	10,498	6,723	5,85
20	45	17,547	11,530	6,017	4,80
16	41	17,579	12,159	5,420	4,12

Wir fügen noch hinzu die

Wittwenkassen-Beiträge,

wenn die Frau 5 Jahre jünger ist als der Mann.

Alter der Frauen.	Alter der Männer.	Leibrente der Frauen. L^1.	Eherente. E^1.	$L^1 - E^1$.	Jährl. Beitrag für 100 Thlr. Wittwenpension. $\frac{(L^1-E^1)\,100}{1+E^1}$.
50	55	12,521	8,437	4,084	43,28
45	50	13,923	9,867	4,056	37,34
40	45	15,080	11,136	3,944	32,50
35	40	15,959	12,208	3,751	28,41
30	35	16,660	13,138	3,522	24,92

Fünftes Kapitel.

Berechnung der jährlichen Prämien zur Versicherung von 100 Thalern, zahlbar beim Tode des von zwei Versicherten Zuerststerbenden.

Wir wollen uns unter den beiden versicherten Personen zwei Eheleute vorstellen, obgleich es für die nachfolgende Untersuchung ganz gleichgültig ist, in welchem Verhältnisse die Personen zu einander stehen, und annehmen, der Mann sei n und die Frau k Jahre alt. Fragen wir zunächst nach der Leistung der Bank, so ist diese gleich dem baaren Werthe der mathematischen Hoffnung — oder wie man hier bezeichnender sagen könnte — Furcht, daß sie 100 Thaler zahlen muß.

Haben a_n und α_k die frühere Bedeutung, so giebt das Produkt $a_n \cdot \alpha_k$ die Zahl aller möglichen Verbindungen der in den Versicherungsaltern lebenden Personen an, während das Produkt $a_{n+1} \cdot \alpha_{k+1}$ dieselbe Bedeutung für das folgende Jahr hat. Bilden wir die Differenz $a_n . \alpha_k - a_{n+1} . \alpha_{k+1}$, so wird durch diese offenbar die Zahl der durch den Tod aufgelösten Verbindungen ausgedrückt. Es ist somit, weil jede solche Auflösung eine Zahlung der Bank mit sich bringt, der Ausdruck

$$\frac{a_n . \alpha_k - a_{n+1} . \alpha_{k+1}}{a_n . \alpha_k}$$

die mathematische Hoffnung der Zahlung eines Thalers Versicherungssumme, und

$$\frac{(a_n . \alpha_k - a_{n+1} . \alpha_{k+1}) . d}{a_n . \alpha_k}$$

der baare Werth derselben. Ohne Weiteres ergiebt sich, daß die Ausdrücke

$$\frac{(a_{n+1} . \alpha_{k+1} - a_{n+2} . \alpha_{k+2}) . d^2}{a_n . \alpha_k};\ \frac{(a_{n+2} . \alpha_{k+2} - a_{n+3} . \alpha_{k+3}) . d^3}{a_n . \alpha_k};\ \text{rc.}$$

die baaren Werthe für die mathematischen Hoffnungen der in den folgenden Jahren zu machenden Bankleistungen ausdrücken. Summiren wir diese Ausdrücke, so erhalten wir bei analoger Entwickelung wie im 2. Kapitel pag. 5. und mit Berücksichtigung von Formel (Q) pag. 15.

$$x = \frac{100 - p\,E}{100 + p} \ldots (U).$$

Das ist der baare Werth der Gesammtleistung der Bank pro 1 Thaler Versicherungssumme. Der baare Werth der Prämienzahlung ist aber vollkommen derselbe, wie bei den Wittwenpensionen, nämlich gleich dem baaren Werthe einer vorschußweisen Eherente, d. i. $(1 + E) . B$, wenn B den jährlichen Prämienbeitrag bezeichnet. Wir haben also

$$B\,(1 + E) = \frac{100 - p\,E}{100 + p}$$

und demnach für 100 Thlr. Versicherungssumme

$$B = \frac{(100 - p\,E)\ 100}{100 + p} : (1 + E) \ldots (V).$$

Wir theilen im Nachfolgenden ebenfalls eine kleine Tabelle mit, welche nach Formel (V) berechnet worden ist.

Jährliche Beiträge zur Versicherung von 100 Thlrn., zahlbar beim Tode des von zwei Versicherten Zuerststerbenden.

Alter der Frauen.	Alter der Männer.	Eherente.	$\frac{(100-4E)100}{104}$.	Jährlicher Prämienbetrag. — Thaler.
50	55	8,437	63,70	6,75
45	50	9,867	58,20	5,36
40	45	11,136	53,36	4,39
35	40	12,208	49,20	3,73
30	35	13,138	45,62	3,23

Sechstes Kapitel.

Berechnung der jährlichen Prämien zur Versicherung von 100 Thalern, zahlbar beim Tode einer Person A für den Fall, daß dann eine andere zu versorgende Person B noch am Leben ist.

Die Prämienzahlung wird so lange währen, als beide Personen A und B noch leben; wenn wir uns also A und B als verheirathete Personen denken, so wird der baare Werth der Prämienzahlung wieder gleich sein dem baaren Werthe einer vorschußweisen Eherente, d. i. bei früherer Bezeichnung

$$B\,(1 + E)\;\ldots.\;(W).$$

Was nun die Leistung der Bank betrifft, so hängt die Zahlung des ersten Kapitals (à 1 Thlr. gerechnet) davon ab, daß der Versicherer A binnen einem Jahre gestorben, die versicherte Person B aber nach einem Jahre noch am Leben ist. Haben a_n und α_k für A und B bezüglich die frühere Bedeutung, so ist diese Wahrscheinlichkeit

$$\frac{a_n - a_{n+1}}{a_n} \cdot \frac{\alpha_{k+1}}{\alpha_k}$$

und der baare Werth der Bankzahlung nach einem Jahre à 1 Thlr.

$$\frac{a_n - a_{n+1}}{a_n} \cdot \frac{\alpha_{k+1}}{\alpha_k} \cdot d.$$

Entsprechend bezeichnen die

$$\frac{a_{n+1} - a_{n+2}}{a_n} \cdot \frac{\alpha_{k+2}}{\alpha_k} \cdot d^2; \quad \frac{a_{n+2} - a_{n+3}}{a_n} \cdot \frac{\alpha_{k+3}}{\alpha_k} \cdot d^3 \text{ ꝛc.}$$

die baaren Werthe für die Bankzahlungen in den folgenden Jahren, so daß wir als Gesammtleistung der Bank, wenn wir wieder Zähler und Nenner mit d^k multipliciren, erhalten

$$\frac{(a_n - a_{n+1})\,\alpha_{k+1} \cdot d^{k+1} + (a_{n+1} - a_{n+2})\,\alpha_{k+2} \cdot d^{k+2} + \ldots}{a_n \cdot \alpha_k \cdot d^k} \ldots (X).$$

Multipliciren wir diesen Werth mit 100 und dividiren das Produkt durch $(1 + E)$ aus (W), so erhalten wir den jährlichen Prämienbeitrag B.

Wir theilen im Nachfolgenden auch von dieser Versicherungsart eine kleine Tabelle mit, welche nach der Brune'schen Sterblichkeitstafel und unter der Voraussetzung berechnet ist, daß die Personen A und B bezüglich Mann und Frau seien.

Jährliche Beiträge zur Versicherung von 100 Thlrn.,

zahlbar beim Tode einer Person A für den Fall, daß dann eine andere zu versorgende Person B noch am Leben ist.

Alter der Person A.	Alter der Person B.	Jährliche Beiträge.
40	30	2,30
50	40	3,50
60	50	5,76
70	60	9,15

Tabelle I.

Alter.	Zahl der Lebenden nach der Tabelle der 17 engl. Gesellschaften.	Discontirungsfactoren à 4%.	Discontirte Zahlen der Lebenden.	Summen der discontirten Zahlen der Lebenden.	Baarer Werth einer Leibrente à 1 Thlr. bei 4%.	Baarer Werth einer Lebensversicherung à 1 Thlr.	Jährliche, praen. zu zahlende, Prämie für eine Lebensversicherung von 100 Thlr.
a	b	c	d $(= b c)$	e $(= \Sigma d)$	f $(= \frac{e}{d})$	g	h
99	1	0,02059	0,02059	0,0000	0,000	0,9711	97,110
98	4	0,02142	0,08566	0,0206	0,240	0,9523	76,800
97	13	0,02227	0,28954	0,1063	0,367	0,9474	69,305
96	37	0,02316	0,85703	0,3958	0,462	0,9438	64,555
95	89	0,02409	2,14399	1,2528	0,584	0,9391	59,287
94	184	0,02505	4,60983	3,3968	0,737	0,9332	53,725
93	339	0,02606	8,83281	8,0066	0,906	0,9267	48,621
92	570	0,02710	15,44569	16,8394	1,090	0,9195	43,995
91	892	0,02818	25,13799	32,2851	1,284	0,9122	39,939
90	1319	0,02931	38,65844	57,423	1,485	0,9044	36,400
89	1864	0,03048	56,81714	96,082	1,691	0,8974	33,348
88	2537	0,03170	80,42417	152,899	1,901	0,8884	30,625
87	3348	0,03297	110,3785	233,323	2,114	0,8802	28,266
86	4306	0,03429	147,641	343,701	2,328	0,8720	26,203
85	5417	0,03566	193,164	491,342	2,544	0,8637	24,371
84	6685	0,03709	247,914	684,506	2,761	0,8553	22,741
83	8112	0,03857	312,868	932,420	2,980	0,8469	21,279
82	9694	0,04011	388,84	1245,288	3,203	0,8383	19,945
81	11424	0,04172	476,56	1634,13	3,429	0,8296	18,731
80	13290	0,04338	576,58	2110,69	3,661	0,8207	17,608
79	15277	0,04512	689,29	2687,26	3,900	0,8115	16,561
78	17369	0,04692	815,03	3376,56	4,143	0,8022	15,598
77	19548	0,04880	953,97	4191,59	4,393	0.7925	14,695
76	21797	0,05075	1106,27	5145,56	4,651	0,7827	13,851
75	24100	0,05278	1272,10	6251,83	4,915	0,7725	13,060
74	26439	0,05490	1451,52	7521,93	5,183	0,7622	12,328
73	28797	0,05709	1644,02	8975,45	5,460	0,7516	11,635
72	31159	0,05937	1850,00	10619,47	5,740	0,7408	10,991
71	33510	0,06175	2069,24	12469,47	6,026	0,730	10,390
70	35837	0,06422	2301,45	14538,71	6,317	0,719	9,826
69	38128	0,06679	2546,56	16840,16	6,613	0,707	9,287
68	40374	0,06946	2804,30	19386,72	6,913	0,696	8,796
67	42565	0,07224	3074,89	22191,02	7,217	0,684	8,324
66	44693	0,07513	3357,78	25265,91	7,525	0,672	7,883
65	46754	0,07813	3653,00	28623,69	7,836	0,660	7,470
64	48744	0,08126	3960,99	32276,69	8,149	0,648	7,083
63	50661	0,08451	4281,36	36237,68	8,464	0,636	6,720
62	52505	0,08789	4614,66	40519,04	8,781	0,624	6,380
61	54275	0,09140	4960,73	45133,70	9,098	0,612	6,061
60	55973	0,09506	5320,79	50094,43	9,414	0,599	5,752
59	57600	0,09886	5694,33	55415,22	9,732	0,587	5,479
58	59161	0,10282	6082,93	61169,55	10,046	0,575	5,206

Alter.	Zahl der Lebenden nach der Tabelle der 17 engl. Gesellschaften.	Discontirungsfactoren à 4°/₀.	Discontirte Zahlen der Lebenden.	Summen der discontirten Zahlen der Lebenden.	Baarer Werth einer Leibrente à 1 Thlr. bei 4°/₀.	Baarer Werth einer Lebensversicherung à 1 Thlr.	Jährliche, praen. zu zahlende, Prämie für eine Lebensversicherung von 100 Thlr.
a	b	c	d $(= b\,c)$	e $(= \Sigma d)$	f $(= \frac{e}{d})$	g	h
57	60658	0,10693	6486,15	67192,48	10,359	0,563	4,956
56	62094	0,11121	6905,47	73678,63	10,668	0,551	4,722
55	63469	0,11566	7340,83	80584,10	10,976	0,539	4,501
54	64785	0,12028	7792,33	87924,93	11,283	0,528	4,299
53	66046	0,12509	8261,7	95717,26	11,585	0,516	4,100
52	67253	0,13010	8749,4	103979,0	11,884	0,504	3,927
51	68409	0,13530	9255,7	112728,4	12,179	0,493	3,817
50	69517	0,14071	9781,7	121984,1	12,470	0,482	3,578
49	70580	0,14634	10328,7	131765,8	12,757	0,471	3,424
48	71601	0,15219	10896,9	142094,5	13,040	0,460	3,276
47	72582	0,15828	11488,2	152991,4	13,317	0,449	3,136
46	73526	0,16461	12103,1	164479,6	13,590	0,439	3,009
45	74435	0,17120	12743,2	176583,0	13,857	0,429	2,887
44	75316	0,17805	13410,0	189326,9	14,111	0,419	2,773
43	76173	0,18517	14105,9	202736,2	14,374	0,409	2,6603
42	77012	0,19257	14830,2	216841,1	14,621	0,399	2,5543
41	77838	0,20028	15589,4	231671,3	14,861	0,389	2,4526
40	78653	0,20829	16382,6	247260,7	15,093	0,381	2,3675
39	79458	0,21662	17212,1	263643,3	15,317	0,372	2,2798
38	80253	0,22529	18080,1	280855,5	15,534	0,364	2,2015
37	81038	0,23430	18987,2	298935,6	15,744	0,356	2,1261
36	81814	0,24367	19935,6	317922,8	15,948	0,348	2,0533
35	82581	0,25342	20927,6	337858,4	16,144	0,341	1,9890
34	83339	0,26355	21963,9	358786,0	16,335	0,333	1,9210
33	84039	0,27409	23047,9	380749,9	16,520	0,326	1,8607
32	84831	0,28506	24181,9	403797,8	16,698	0,319	1,8025
31	85565	0,29646	25366,6	427979,7	16,872	0,313	1,7513
30	86292	0,30832	26605,5	453346,3	17,040	0,306	1,6963
29	87012	0.32065	27900,4	479951,8	17,202	0,300	1,6482
28	87726	0,33348	29253,9	507852,2	17,360	0,294	1,6013
27	88434	0,34682	30670,4	537106,1	17,512	0,287	1,5503
26	89137	0,36069	32150,8	567776,5	17,660	0,282	1,5113
25	89835	0,37512	33698,9	599927,3	17,803	0,277	1,4731
24	90529	0 39012	35317,1	633626,2	17,941	0,272	1,4360
23	91219	0.40573	37010,3	668943,3	18,075	0,266	1,3945
22	91905	0,42196	38780,2	705953,6	18,204	0,261	1,3591
21	92588	0,43883	40630,4	744733,8	18,329	0,257	1,3296
20	93268	0,45639	42566,6	785364,2	18,451	0,252	1,2955
19	93945	0,47464	44590,1	827930,8	18,567	0,247	1,2622
18	94620	0,49363	46707,2	872520,9	18,681	0,243	1,2347
17	95293	0,51337	48920,6	919228,1	18,790	0,239	1,2077
16	95965	0,53391	51236,7	968148,7	18,896	0,235	1,1812

Tabelle II.

Alter.	Zahl der Lebenden nach de Montferrand.	Discontirungsfactoren bei 4%.	Discontirte Zahlen der Lebenden.	Summen der discontirten Zahlen der Lebenden. Bis zum 24ten Jahre.	Bis zum 21ten Jahre.	Bis zum 18ten Jahre.	Einmalige Prämie für eine Versicherung von 100 Thalern. 24. Jahr.	21. Jahr.	18. Jahr.	Jährliche Prämie für eine Versicherung von 100 Thalern. 24. Jahr.	21. Jahr.	18. Jahr.
a	b	c	d = bc	e = $d\Sigma$			f			g		
24	6117	0,39012	2386,3									
23	6183	0,40573	2508,6	2508,6								
22	6248	0,42196	2636,4	5145,0								
21	6327	0,43883	2776,4	7921,4								
20	6381	0,45639	2912,2	10833,6	2912,2							
19	6432	0,47464	3052,7	13886,3	5964,9							
18	6479	0,49363	3198,1	17084,4	9163,0							
17.	6524	0,51337	3349,2	20433,6	12512,2	3349,2						
16	6568	0,53391	3506,7	23940,3	16018,9	6855,9						
15	6609	0,55526	3669,7	27610,0	19688,6	10525,6						
14	6649	0,57748	3839,5	31449,5	23528,1	14365,1						
13	6680	0,60057	4011,7	35461,2	27539,8	18376,8	Thaler.	Thaler.	Thaler.	Thaler.	Thaler.	Thaler.
12	6719	0,62460	4196,6	39657,8	31736,4	22573,4	56,68	66,18	76,21	6,017	8,748	14,168
11	6758	0,64958	4389,9	44047,7	36126,3	26963,3	54,38	63,25	72,86	5,417	7,685	11,861
10	6808	0,67556	4599,5	48647,2	40725,8	31562,8	51,88	60,36	69,53	4,905	6,813	10,133
9	6862	0,70259	4821,2	53468,4	45547,0	36384,0	49,49	57,59	66,36	4,463	6,096	8,789
8	6925	0,73069	5060,1	58528,5	50607,1	41444,1	46,16	54,87	63,20	4,077	5,486	7,717
7	6992	0,75992	5313,2	63841,7	55920,3	46757,3	44,91	52,25	60,19	3,737	4,965	6,840
6	7091	0,79031	5604,0	69445,7	61524,3	52361,3	42,58	49,55	57,00	3,436	4,512	6,108
5	7203	0,82193	5920,2	75365,9	67444,5	58281,5	40,30	46,90	54,02	3,166	4,117	5,487
4	7344	0,85480	6277,6	81643,5	73722,1	64559,1	38,01	44,22	50,95	2,923	3,766	4,954
3	7537	0,88900	6700,4	88343,9	80422,5	71259,5	35,61	41,43	47,73	2,701	3,452	4,488
2	7830	0,92455	7239,6	95583,5	87662,1	78499,1	32,96	38,35	44,17	2,496	3,167	4,074
1	8354	0,96154	8032,4	103615,9	95694,5	86531,5	29,70	34,56	39,82	2,303	2,901	3,696
0	10000	1,00000	10000,0	113615,9	105694,5	96531,5	23,86	27,76	31,98	2,132	2,627	3,313

Tabelle III.

Alter des Kindes.	Zahl der Lebenden.	Davon sterben bis zum 18. Jahre.	21. Jahre.	24. Jahre.	Künftiger Werth der Einlage à 1 Thaler mit 4% Zinseszinsen im 18. Jahre.	21. Jahre.	24. Jahre.	Differenz der vorigen Colonnen pro 18. Jahr.	21. Jahr.	24. Jahr.	Gesammteinlagen pro 18. Jahr. $(a_n=6479)$	21. Jahr. $(a_n=6327)$	24. Jahr. $(a_n=6117)$
		$a_k - a_n$			$a_k \cdot e^{n-k}$								
a	b	c	d	e	f	g	h	$i=f-c$	$k=g-d$	$l=h-e$	$m=\frac{a_n}{i}\cdot 100$	$n=\frac{a_n}{k}\cdot 100$	$o=\frac{a_n}{l}\cdot 100$
0	10000	3521	3673	3883	20258	22788	25633	16737	19115	21750	38,72	33,10	28,12
1	8354	1875	2027	2237	16272	18304	20590	14397	16277	18353	45,00	38,87	33,33
2	7830	1351	1503	1710	14665	16496	18555	13314	14993	16845	48,66	42,20	36,31
3	7537	1058	1210	1420	13567	15269	17174	12509	14059	15754	51,47	45,00	38,83
4	7344	865	1017	1227	12717	14305	16091	11852	13288	14864	54,67	47,61	41,15
5	7203	724	876	1086	11993	13491	15175	11269	12615	15089	57,50	50,15	43,42
6	7091	612	764	974	11354	12770	14365	10742	12006	13391	60,31	52,69	45,68
7	6992	513	665	875	10763	12107	13618	10250	11442	12743	63,21	55,30	48,00
8	6925	446	598	808	10250	11533	12970	9804	10935	12162	66,09	57,86	50,30
9	6862	383	535	745	9766	11048	12357	9383	10513	11612	69,05	60,18	52,68
10	6808	329	481	691	9316	10480	11789	8987	9999	11098	72,11	63,28	55,12
11	6758	279	431	641	8892	10002	11253	8613	9571	10612	75,22	66,11	57,64
12	6719	240	392	602	8502	9563	10757	8262	9171	10155	78,42	68,99	60,24

Tabelle

Von den Kindern, welche versichert sind, im Jahre	sterben binnen 1 Jahre	24tes Jahr.	Rückgewährung im 24. Jahr. R.	21tes Jahr.	Rückgewährung im 21. Jahr. R.	18tes Jahr.	Rückgewährung im 18. Jahr. R.	Baarer Werth der Rückgewährung. Rd n pro 24. Jahr. $d_n = 0{,}39012$	Rd n pro 21. Jahr. $d_n = 0{,}43883$	Rd n pro 18. Jahr. $d_n = 0{,}493$
a	b	$c = \Sigma b$	$d = \Sigma c$	$c' = \Sigma b$	$d' = \Sigma c'$	$c'' = \Sigma b$	$d'' = \Sigma c''$	e	f	g
23	66	66	66							
22	65	131	197							
21	79	210	407							
20	54	264	671	54	54					
19	51	315	986	105	159					
18	47	362	1348	152	311					
17	45	407	1755	197	508	45	45			
16	44	451	2206	241	749	89	134			
15	41	492	2698	282	1031	130	264			
14	40	532	3230	322	1353	170	434			
13	31	563	3793	353	1706	201	635			
12	39	602	4395	392	2098	240	875	1714,6	918,9	431,9
11	39	641	5036	431	2529	279	1154	1964,6	1119,8	569,7
10	50	691	5727	481	3010	329	1483	2234,2	1320,9	731,9
9	54	745	6472	535	3545	383	1866	2524,9	1555,6	921,0
8	63	808	7280	598	4143	446	2312	2840,1	1818,0	1141,3
7	67	875	8155	665	4808	513	2825	3181,4	2109,7	1394,6
6	99	974	9129	764	5572	612	3437	3561,4	2445,2	1696,5
5	112	1086	10215	876	6448	724	4161	3985,1	2829,4	2054,0
4	141	1227	11442	1017	7465	865	5026	4463,8	3275,8	2481,0
3	193	1420	12862	1210	8675	1058	6084	5017,7	3806,8	3003,2
2	293	1713	14575	1503	10178	1351	7435	5686,0	4466,3	3670,1
1	524	2237	16812	2027	12205	1875	9310	6558,7	5356,0	4595,7
0	1646	3883	20695	3673	15878	3521	12831	8073,5	7126,4	6333,8

IV.

Σd pro 24. Jahr.	Σd pro 21. Jahr.	Σd pro 18. Jahr.	Σd — Rd^n 24. Jahr.	Σd — Rd^n 21. Jahr.	Σd — Rd^n 18. Jahr.	Jährliche Gesammtprämien. 24. Jahr. $a_n d^n = 2386{,}3$	Jährliche Gesammtprämien. 21. Jahr. $a_n d^n = 2726{,}4$	Jährliche Gesammtprämien. 18. Jahr. $a_n d^n = 3198{,}1$
h	i	k	$l = h - e$	$m = i - f$	$n = k - g$	$o = \frac{a_n d^n . 100}{l}$	$p = \frac{a_n d^n . 100}{m}$	$q = \frac{a_n d^n . 100}{n}$
						Thaler.	Thaler.	Thaler.
39657,8	31736,4	22573,4	37943,2	30817,5	22141,5	6,289	9,009	14,444
44047,7	36126,3	26963,3	42083,1	35006,5	26393,6	5,674	7,931	12,117
48647,2	40725,8	31562,8	46413,0	39404,9	30830,9	5,141	7,046	10,373
53468,4	45547,0	36384,0	50943,5	43991,4	35463,0	4,684	6,311	9,018
58528,5	50607,1	41444,1	55688,4	48789,1	40302,8	4,285	5,691	7,935
63841,7	55920,3	46757,3	60660,3	53810,6	45362,7	3,934	5,160	7,050
69445,7	61524,3	52361,3	65884,3	59079,1	50664,8	3,622	4,697	6,312
75365,9	67444,5	58281,5	71380,8	64615,1	56227,5	3,343	4,297	5,688
81643,5	73722,1	64559,1	77179,7	70446,3	62078,1	3,092	3,941	5,152
88343,9	80422,5	71259,5	83326,2	76615,7	68256,3	2,864	3,624	4,685
95583,5	87662,1	78499,1	89897,5	83195,8	74829,0	2,654	3,337	4,274
103615,9	95694,5	86531,5	97057,2	90338,5	81935,8	2,459	3,073	3,903
113615,9	105694,5	96531,5	105542,4	98568,1	90197,7	2,261	2,817	3,546

Tabelle V.

Alter.	Lebende Frauen.	Discontirte Zahlen der lebenden Frauen.	Summen der discontirten Zahlen der lebenden Frauen.	Leibrente der Frauen à 4°/o, jährlich postnumerando zu zahlen. L^1.
a	b	c	d	e
99	1	0,02059	0,00000	0,000
98	3	0.06426	0,02059	0,320
97	7	0,15589	0,08485	0,544
96	14	0,32424	0,24074	0,743
95	24	0,57816	0,56498	0,977
94	38	0,95190	1,14314	1,201
93	57	1,48542	2,09504	1,410
92	80	2,16800	3,5805	1,652
91	108	3,0434	5,7485	1,889
90	141	4,1327	8,7919	2,127
89	180	5,4864	12,9246	2,356
88	228	7,2276	18,4110	2,547
87	289	9,5283	25,6386	2,691
86	366	12,5501	35,1669	2,802
85	461	16 4393	47,7170	2,902
84	575	21,327	64,156	3,008
83	706	27,230	85,483	3,139
82	849	34,050	112,713	3,310
81	1000	41,720	146,766	3,518
80	1159	50,277	188,486	3,749
79	1330	60.010	238,76	3,979
78	1516	71,131	298,77	4,200
77	1718	83,838	369,90	4,412
76	1935	98,200	453,74	4,620
75	2163	114,163	551,94	4,835
74	2398	131,650	666.10	5,060
73	2637	150,546	797,76	5,299
72	2877	170,807	948,30	5,551
71	3117	192,475	1119,11	5,814
70	3356	215,52	1311,58	6,085
69	3591	239,84	1527,10	6,367
68	3819	265,26	1766,94	6,661

(Fortsetzung von Tabelle V.)

Alter.	Lebende Frauen.	Discontirte Zahlen der lebenden Frauen.	Summen der discontirten Zahlen der lebenden Frauen.	Leibrente der Frauen à 4%, jährlich postnumerando zu zahlen. L^1.
a	b	c	d	e
67	4038	291,71	2032,20	6,966
66	4246	319,00	2323,91	7,285
65	4442	347,05	2642,91	7,615
64	4627	375,99	2989,96	6,952
63	4802	405,82	3365,95	8,294
62	4969	436,71	3771,77	8,637
61	5130	468,88	4208,48	8,975
60	5286	502,48	4677,36	9,308
59	5437	537,49	5179,84	9,637
58	5583	574,04	5717,33	9,960
57	5722	611,85	6291,37	10,282
56	5853	650,91	6903,22	10,605
55	5976	691,17	7554,13	10,929
54	6090	732,50	8245,30	11,256
53	6197	775,17	8977,80	11,581
52	6299	819,50	9752,97	11,913
51	6397	865,51	10572,47	12,215
50	6492	913,48	11437,98	12,521
49	6584	963,49	12351,46	12,819
48	6674	1015,71	13314,95	13,109
47	6762	1070,29	14330,66	13,389
46	6849	1127,41	15400,95	13,660
45	6934	1187,10	16528,36	13,923
44	7018	1249,55	17715,46	14,177
43	7102	1315,08	18965,01	14,421
42	7187	1383,99	20280,09	14,653
41	7273	1456,63	21664,08	14,873
40	7361	1533,22	23120,71	15,080
39	7451	1614,04	24653,93	15,274
38	7543	1699,35	26267,97	15,458
37	7636	1789 11	27967,32	15,632
36	7729	1883,32	29756,43	15,800

(Fortsetzung von Tabelle V.)

Alter.	Lebende Frauen.	Discontirte Zahlen der lebenden Frauen.	Summen der discontirten Zahlen der lebenden Frauen.	Leibrente der Frauen à 4%, jährlich postnumerando zu zahlen. L'.
a	b	c	d	e
35	7823	1982,5	31639,75	15,959
34	7918	2086,8	33622,26	16,112
33	8014	2196,6	35709,1	16,257
32	8110	2311,8	37905,7	16,396
31	8207	2433,0	40217,5	16,530
30	8303	2560,0	42650,5	16,660
29	8402	2694,1	45210,5	16,781
28	8501	2834,9	47904,6	16,898
27	8600	2982,6	50739,5	17,012
26	8700	3138,0	53722,1	17,120
25	8802	3301,8	56860,1	17,221
24	8908	3475,2	60161,9	17,312
23	9019	3659,3	63637,1	17,391
22	9136	3855,0	67296,4	17,457
21	9260	4063,6	71151,4	17,509
20	9392	4286,4	75215,0	17,547
19	9533	4524,7	79501,4	17,570
18	9682	4779,3	84026,1	17,581
17	9838	5050,4	88805,4	17,583
16	10000	5339,1	93855,8	17,579

Tabelle VI.

Eherente. (Die Frau ist 25 Jahre jünger als der Mann.)

Alter der Frauen.	Discontirte Zahlen der lebenden Frauen.	Zahlen der lebenden Männer.	Produkte der beiden vorigen Colonnen. $b \times c$.	Summen dieser Produkte. Σd.	Baarer Werth der Eherente, jährlich postnum. zahlbar bei 4%. E^1.
a	b	c	d	e	f
69	239,84	1	239,84	0,000	
68	265,26	4	1061,04	239,84	
67	291,71	11	3208,81	1300,88	
66	319,00	24	7656,0	4509,7	
65	347,05	46	15964,3	12165,7	
64	375,99	80	30079	28130	
63	405,82	127	51539	58209	
62	436,71	187	81665	109748	
61	468,88	261	122378	191413	
60	502,48	350	175868	31379.	
59	537,49	454	24402.	48966.	
58	574,04	568	32605.	73368.	
57	611,85	689	42156.	105973.	
56	650,91	817	53179.	148129.	
55	691,17	954	65938.	20131..	
54	732,50	1103	80795.	26725..	
53	775,17	1269	98369.	34804..	
52	819,50	1457	119401.	44641..	
51	865,51	1667	144280.	56581..	
50	913,48	1895	173104.	71009..	4,102
49	963,49	2132	20542..	88319..	
48	1015,71	2374	24113..	108861..	
47	1070,29	2617	28009..	132974..	
46	1127,41	2859	32233..	160983..	
45	1187,10	3100	36800..	193216..	5,250
44	1249,55	3338	41710..	230016..	
43	1315,08	3573	46988..	27173...	
42	1383,99	3804	52647..	31872...	
41	1456,63	4032	58731..	37137...	
40	1533,22	4258	65285..	43010...	6,588
39	1614,04	4481	72325..	49538...	

(Fortsetzung von Tabelle VI.)

Alter der Frauen.	Discontirte Zahlen der lebenden Frauen.	Zahlen der lebenden Männer.	Produkte der beiden vorigen Colonnen. b×c.	Summen dieser Produkte. Σd.	Baarer Werth der Eherente, jährlich postnum. zahlbar bei 4%. E¹.
a	b	c	d	e	f
38	1699,35	4699	79852..	56770...	
37	1789,11	4910	87845..	64755...	
36	1883,32	5112	96275..	73539...	
35	1982,51	5304	105152..	83167...	7,909
34	2086,8	5487	114502..	93682...	
33	2196,6	5662	124370..	105132...	
32	2311,8	5830	134780..	117569...	
31	2433,0	5992	145785..	131047...	
30	2560,0	6147	157363..	145626...	9,254
29	2694,1	6296	169620..	161362...	
28	2834,9	6440	182568..	178324...	
27	2982,6	6579	196225..	196581...	
26	3138,0	6714	21068...	21620....	
25	3301,8	6845	22601...	23727....	10,498
24	3475,2	6973	24232...	25987....	
23	3659,3	7079	25970...	28410....	
22	3855,0	7216	27818...	31007....	
21	4063,6	7330	29786...	33789....	
20	4286,4	7440	31891...	36768....	11,530
19	4524,7	7546	34143...	39957....	
18	4779,3	7649	36557...	43371....	
17	5050,4	7749	39136...	47027....	
16	5339,1	7847	41896...	50941....	12,159