

7. Sekundärliteratur

**Zu der öffentlichen Prüfung, welche mit den Zöglingen
der Realschule I. Ordnung im Waisenhouse zu Halle am ...
in dem Versammlungssaale des neuen ...**

Halle (Saale), 1838

Erstes Kapitel. Theorie der Leibrenten.

Nutzungsbedingungen

Die Digitalisate des Francke-Portals sind urheberrechtlich geschützt. Sie dürfen für wissenschaftliche und private Zwecke heruntergeladen und ausgedruckt werden. Vorhandene Herkunftsbezeichnungen dürfen dabei nicht entfernt werden.

Eine kommerzielle oder institutionelle Nutzung oder Veröffentlichung dieser Inhalte ist ohne vorheriges schriftliches Einverständnis des Studienzentrums August Hermann Francke der Franckeschen Stiftungen nicht gestattet, das ggf. auf weitere Institutionen als Rechteinhaber verweist. Für die Veröffentlichung der Digitalisate können gemäß der Gebührenordnung der Franckeschen Stiftungen Entgelte erhoben werden.

Zur Erteilung einer Veröffentlichungsgenehmigung wenden Sie sich bitte an die Leiterin des Studienzentrums, Frau Dr. Britta Klosterberg, Franckeplatz 1, Haus 22-24, 06110 Halle (studienzentrum@francke-halle.de)

Terms of use

All digital documents of the Francke-Portal are protected by copyright. They may be downloaded and printed only for non-commercial educational, research and private purposes. Attached provenance marks may not be removed.

Commercial or institutional use or publication of these digital documents in printed or digital form is not allowed without obtaining prior written permission by the Study Center August Hermann Francke of the Francke Foundations which can refer to other institutions as right holders. If digital documents are published, the Study Center is entitled to charge a fee in accordance with the scale of charges of the Francke Foundations.

For reproduction requests and permissions, please contact the head of the Study Center, Frau Dr. Britta Klosterberg, Franckeplatz 1, Haus 22-24, 06110 Halle (studienzentrum@francke-halle.de)

urn:nbn:de:hbz:061:1-181344

Erster Abschnitt.

Einfaches Leben.

Erstes Kapitel.

Theorie der Leibrenten.

Wir wollen im Folgenden unter einer Leibrente ein festbestimmtes Kapital verstehen, welches alljährlich postnumerando an eine bestimmte Person bis zu deren Tode von einer Versicherungsbank gezahlt wird. Wir fragen zunächst nach der Summe (Mise), welche eine in einem bestimmten Lebensalter stehende Person jetzt gleich und ein für allemal zu erlegen hat, um sich eine jährliche Leibrente von 1 Thaler zu erwerben. Ehe wir jedoch die Antwort auf diese Frage geben können, bedarf es noch einer Verständigung über den gegenwärtigen (baaren) Werth eines erst nach 1, 2, 3 oder mehreren Jahren zahlbaren Kapitals. Wenn ein Kapital, das heute eingezahlt wird, übers Jahr sich um die Zinsen von einem Jahre vermehrt, so hat selbstverständlich ein erst übers Jahr fälliges Kapital heute nicht denselben Werth, sondern einen geringeren. Zur Bestimmung dieses baaren Werthes eines erst nach einem Jahre zahlbaren Kapitals gelangen wir durch folgende einfache Betrachtung.

Nehmen wir den Zinsfuß von $p\%$ an, so sind 100 Thaler nach einem Jahre $100 + p$ Thaler Werth. Fragen wir nun nach dem Werthe (x), den ein nach einem Jahre zahlbares Kapital (C) heute hat, so finden wir diesen durch das einfache Regeldetri-Exempel: 100 + p Thaler sind 100 Thaler werth, wie viel sind C Thaler werth? Die Ausrechnung giebt

$$x = C \frac{100}{100 + p}.$$

Wollen wir ferner wissen, welchen Werth ein solches Kapital 2 Jahre früher habe, so werden wir den Werth, den es ein Jahr früher hatte, noch einmal mit $\frac{100}{100+p}$ zu multipliciren haben. Der Betrag ist also

$$x \frac{100}{100+p} = C \frac{100}{100+p} \cdot \frac{100}{100+p} \\ = C \left(\frac{100}{100+p} \right)^2.$$

Ohne Weiteres dürfte nun klar sein, daß der baare Werth des nach 3, 4, 5, ... n Jahren zahlbaren Kapitals C bezüglich ausgedrückt wird durch die Werthe $C \left(\frac{100}{100+p} \right)^3$, $C \left(\frac{100}{100+p} \right)^4$, $C \left(\frac{100}{100+p} \right)^5$, $C \left(\frac{100}{100+p} \right)^n$.

Die Factoren, womit im vorhergehenden C multiplicirt worden ist, werden Discountirungsfactoren genannt, und finden sich für 4% als Decimalbrüche in Tabelle II. unter der Colonne c aufgestellt.

Durch die vorhergehenden Betrachtungen haben wir uns nun den Weg zu unserem eigentlichen Ziele gebahnt. Wir fragen nämlich nach der Summe, welche eine in einem bestimmten Lebensalter stehende Person jetzt gleich und zwar ein für allemal zu erlegen habe, um sich die Anwartschaft auf eine jährliche Leibrente von 1 Thaler zu erwerben. Zu dem Ende wollen wir, um zu einer allgemeinen Regel zu gelangen, die Anzahl der Personen, die nach unserer Sterblichkeitstabelle in dem Alter von n Jahren noch am Leben sind mit a_n bezeichnen. (Es wäre sonach z. B. für das zwanzigste Lebensjahr $a_n = a_{20} = 93268$.) Entsprechend sollen die Zahlen der 1, 2, 3, u. s. f. Jahre später noch Lebenden durch

$$a_{n+1}, a_{n+2}, a_{n+3} \text{ u.}$$

bezeichnet werden. Wir wollen nun weiter annehmen, daß sich die sämtlichen a_n Personen die besagte Leibrente erwerben wollten, so würde nach abgeschlossener Versicherung die Leibrentenbank die Verpflichtung übernommen haben, zuerst an die am Schlusse des n ten Jahres noch lebenden a_{n+1} Personen je einen Thaler, dann an die am Schlusse des zweiten Jahres noch lebenden a_{n+2} Personen ebenfalls je einen Thaler, überhaupt an die von den sämtlichen a_n Personen am Schlusse jedes folgenden Jahres noch Lebenden je einen Thaler zu bezahlen. Die Leistung der Bank bestünde demnach in Zahlung von

a_{n+1}	Thalern nach	1 Jahre,
a_{n+2}	" "	2 Jahren,
a_{n+3}	" "	3 "
a_{n+4}	" "	4 "
u. s. f.,		

bis alle Versicherten mit Tode abgegangen sind. Aus dem Früheren ist nun klar, daß diese Zahlungen heute bezüglich die Werthe

$$a_{n+1} \cdot \frac{100}{100+p}; \quad a_{n+2} \cdot \left(\frac{100}{100+p}\right)^2; \quad a_{n+3} \cdot \left(\frac{100}{100+p}\right)^3; \quad \text{ic.}$$

haben. Die Summe aller dieser Produkte wäre sonach der baare Werth der Gesamtleistung der Bank und es wäre also, wenn S diese Summe bezeichnet

$$S = a_{n+1} \cdot \left(\frac{100}{100+p}\right) + a_{n+2} \cdot \left(\frac{100}{100+p}\right)^2 + a_{n+3} \cdot \left(\frac{100}{100+p}\right)^3 + \text{ic.}$$

Um die Ausrechnung dieser einzelnen Produkte bei den Versicherungen zu jedem anderen Lebensalter nicht aufs Neue ausführen zu müssen, wollen wir der Summe S noch eine etwas andere Form geben. Da ein Zahlenausdruck seinem Werthe nach ganz ungeändert bleibt, wenn man ihn mit einer und derselben Zahl multiplicirt und das Produkt durch dieselbe Zahl dividirt, so wird auch unser S sich nicht ändern, wenn wir alle Glieder mit $\left(\frac{100}{100+p}\right)^n$ multipliciren und das erlangte Resultat mit demselben Ausdrucke dividiren. Dadurch nimmt unser S nach den Regeln der Potenzrechnung die Form an

$$S = \frac{a_{n+1} \cdot \left(\frac{100}{100+p}\right)^{n+1} + a_{n+2} \cdot \left(\frac{100}{100+p}\right)^{n+2} + a_{n+3} \cdot \left(\frac{100}{100+p}\right)^{n+3} + \dots}{\left(\frac{100}{100+p}\right)^n}$$

Dieses S erkennen wir nun als die Gesamtleistung der Bank für sämtliche a_n versicherte Personen, welche offenbar durch ein von letzteren baar zu erlegendes Kapital aufzuwiegen ist. Da die Zahl der Versicherten a_n ist, so kommt auf jede der a_n te Theil, so daß wir für eine Person von n Jahren als Leibrentenwerth oder sogenannte Misse der Leibrente à 1 Thlr., wenn wir letztere mit L_n bezeichnen, erhalten:

$$L_n = \frac{a_{n+1} \cdot \left(\frac{100}{100+p}\right)^{n+1} + a_{n+2} \cdot \left(\frac{100}{100+p}\right)^{n+2} + \dots}{a_n \cdot \left(\frac{100}{100+p}\right)^n} \dots (A).$$

Wir wollen im Folgenden das Produkt aus der Zahl der Lebenden in irgend einem Alter in den Discontirungsfactor, welcher diesem Alter entspricht, die discontirte Zahl der Lebenden nennen. Hiernach erhalten wir für die Berechnung des baaren Werthes einer Leibrente à 1 Thlr. für eine Person jedes Alters folgende einfache Regel:

Der baare Werth einer Leibrente für eine Person irgend eines Alters ist gleich der Summe der discontirten Zahlen der Lebenden aller späteren Alter, dividirt durch die discontirte Zahl der Lebenden im gegenwärtigen Alter der versicherten Person.

Nach dieser Regel ist die Tabelle I. berechnet worden. Durch Multiplication der unter der Colonne (b) angegebenen Lebenden mit den unter (c) enthaltenen entsprechenden Discontirungsfactoren ist die Colonne (d) erhalten worden. Aus dieser ist durch successive Summirung von oben herab die Colonne (e) und durch Division mit (d) in (e) die Colonne (f), welche die baaren Werthe einer Leibrente à 1 Thlr. für jedes Alter enthält, gebildet worden.

Zweites Kapitel.

Versicherung eines Kapitals, zahlbar beim Tode einer Person. — Sterbekassen.

Will sich Jemand in der Weise versichern, daß bei seinem Tode seinen Erben von einem Lebensversicherungs-Institute ein Kapital ausgezahlt wird, so kann er diese Anwartschaft sich erwerben entweder durch einmalige Zahlung eines Kapitals oder durch Zahlung eines jährlichen Beitrags (Prämienzahlung) bis zum Tode. Wir wollen im Folgenden beide Versicherungsarten beleuchten.

I. Versicherung durch einmalige Zahlung eines Kapitals.

Dieses einmal zu zahlende Kapital muß offenbar gleich sein dem baaren Werthe der Leistung der Bank und haben wir deshalb diesen zu ermitteln. Nehmen wir bei voriger Bezeichnung an, daß sich a_n Personen im n ten Lebensjahre versicherten, so hat die Bank am Schlusse des ersten Versicherungsjahres, das Versicherungskapital à 1 Thlr. gerechnet, an die $(a_n - a_{n+1})$ im Laufe dieses Jahres gestorbenen Personen je einen Thaler, in Summa also $(a_n - a_{n+1})$ Thaler zu zahlen. Der baare Werth dieser ersten Bankzahlung ist nun nach dem Früheren, wenn wir den Discontirungsfactor

$$\frac{100}{100+p} = d$$