

7. Sekundärliteratur

**Zu der öffentlichen Prüfung, welche mit den Zöglingen
der Realschule I. Ordnung im Waisenhouse zu Halle am ...
in dem Versammlungssaale des neuen ...**

Halle (Saale), 1838

Drittes Kapitel. Aussteuerversicherung.

Nutzungsbedingungen

Die Digitalisate des Francke-Portals sind urheberrechtlich geschützt. Sie dürfen für wissenschaftliche und private Zwecke heruntergeladen und ausgedruckt werden. Vorhandene Herkunftsbezeichnungen dürfen dabei nicht entfernt werden.

Eine kommerzielle oder institutionelle Nutzung oder Veröffentlichung dieser Inhalte ist ohne vorheriges schriftliches Einverständnis des Studienzentrums August Hermann Francke der Franckeschen Stiftungen nicht gestattet, das ggf. auf weitere Institutionen als Rechteinhaber verweist. Für die Veröffentlichung der Digitalisate können gemäß der Gebührenordnung der Franckeschen Stiftungen Entgelte erhoben werden.

Zur Erteilung einer Veröffentlichungsgenehmigung wenden Sie sich bitte an die Leiterin des Studienzentrums, Frau Dr. Britta Klosterberg, Franckeplatz 1, Haus 22-24, 06110 Halle (studienzentrum@francke-halle.de)

Terms of use

All digital documents of the Francke-Portal are protected by copyright. They may be downloaded and printed only for non-commercial educational, research and private purposes. Attached provenance marks may not be removed.

Commercial or institutional use or publication of these digital documents in printed or digital form is not allowed without obtaining prior written permission by the Study Center August Hermann Francke of the Francke Foundations which can refer to other institutions as right holders. If digital documents are published, the Study Center is entitled to charge a fee in accordance with the scale of charges of the Francke Foundations.

For reproduction requests and permissions, please contact the head of the Study Center, Frau Dr. Britta Klosterberg, Franckeplatz 1, Haus 22-24, 06110 Halle (studienzentrum@francke-halle.de)

urn:nbn:de:hbz:061:1-181344

Drittes Kapitel.

Aussteuerversicherung.

Der Wunsch vieler Eltern, ihren Söhnen in einem bestimmten Lebensalter die Mittel zum Studiren oder zum Beginn eines bürgerlichen Geschäfts zu verschaffen oder ihren Töchtern zu einer Mitgift zu verhelfen, hat die sogenannte Aussteuerversicherung hervorgerufen. In neuerer Zeit sind solche Institute mehrfach entstanden und haben, nach der ungeheuren Betheiligung des Publikums zu schließen, den Beweis geliefert, wie sehr gerade Aussteuerversicherungs-Institute Bedürfnis sind. Leider kann aber auch nicht verhehlt werden, daß es unter den genannten Instituten nicht an solchen fehlt, die eine hinreichende Garantie ihres sicheren Bestehens nicht geben und es hat einige das Schicksal, das wir ihnen vorher gesagt haben, schon jetzt ereilt. Die Feststellung der theoretischen Grundlagen dieser Versicherungsart, die wir zuerst in der Schrift: „die höheren bürgerlichen Rechnungsarten“ versucht haben, dürfte deshalb um so dringenderes Bedürfnis sein, als keine der über das Versicherungswesen handelnden Schriften, so viel wir wenigstens wissen, darüber handelt.

Wir wollen im Folgenden die vier Fälle unterscheiden:

- 1) Versicherung durch Zahlung in einer Summe ohne Rückgewähr;
- 2) Versicherung durch jährliche Prämienzahlung ohne Rückgewähr;
- 3) Versicherung durch Zahlung in einer Summe mit Rückgewähr;
- 4) Versicherung durch jährliche Prämienzahlung mit Rückgewähr.

I. Aussteuerversicherung durch Zahlung in einer Summe ohne Rückgewähr der Letztern, wenn das Kind vor dem Versicherungstermine stirbt.

Wir nehmen an, daß Jemand ein Kind von k Jahren in der Weise und unter der Bedingung versichern wolle, daß demselben gegen eine jetzt gleich und nur einmal baar zu erlegende Summe (x) bei Erreichung des n ten Lebensjahres ein festgesetztes Kapital (C) ausbezahlt werde, daß aber die Einlage, falls das Kind vor Erreichung des n ten Jahres stirbt, dem Versicherungsinstitute verfallen sei. Um hier die Berechnungsformel für die Einlage (x) zu finden, haben wir hier wie früher die baaren Werthe der Leistungen der Bank sowohl als des Versicherungsuchenden zu ermitteln und einander gleich zu setzen. Da es offenbar ganz gleichgültig ist, in welches Jahr man diese baaren Werthe zurückversetzt, da zwei

Kapitale, die heute gleich sind, auch vor 10, 20, 30 u. Jahren dieselben baaren Werthe gehabt haben, so wollen wir diese baaren Werthe in das Geburtsjahr des Kindes versetzen.

Wenn bei früherer Bezeichnung im k ten Lebensjahre a_k Kinder versichert werden und jedes x Thaler zahlt, so ist der baare Werth der erlegten Summe bei der Geburt dieser gleichalterigen Kinder

$$a_k \cdot d^k \cdot x \dots (E).$$

Wenn nun von diesen a_k Kindern a_n das n te Lebensjahr erreichen, so hat die Bank an jedes derselben C Thaler, in Summa also $a_n \cdot C$ Thaler zu zahlen, welche bei der Geburt der Kinder den baaren Werth

$$a_n \cdot d^n \cdot C \dots (F)$$

haben. Da $E = F$ sein muß, so haben wir

$$a_k \cdot d^k \cdot x = a_n \cdot d^n \cdot C$$

und also

$$x = \frac{a_n \cdot d^n}{a_k \cdot d^k} \cdot C \dots (G)$$

als Betrag der von einem Kinde im k ten Jahre zu zahlenden Einlage. Man hat also zur Berechnung die Regel:

Man dividire die discountirte Zahl der Lebenden zur Zeit des Versicherungstermins durch die discountirte Zahl der Lebenden zur Zeit des Versicherungsabschlusses und multiplicire mit diesem Quotienten das Versicherungskapital.

Nach dieser Regel sind die Colonnen unter (f) in Tabelle II. berechnet worden. Die zu Grunde gelegte Sterblichkeitstabelle ist die sehr beachtenswerthe Tabelle für Frankreich von de Montferrand *); der Zinsfuß ist wieder 4% und als Versicherungsjahre sind das 18te, 21te und 24te angenommen worden. Die Werthe $a_n d^n$ und $a_k d^k$ sind aus der Colonne (d) genommen und die Quotienten mit $C = 100$ multiplicirt worden.

II. Die vorige Versicherung durch jährliche Prämienzahlung ohne Rückgewähr.

Bei dieser Versicherungsart bleibt die Leistung der Bank ganz dieselbe wie vorher, die Leistung (x) des zu versichernden Kindes wird jedoch hier durch jährliche Prämienzahlung bis zum n ten Lebensjahre, event. bei früherem Absterben bis zum Tode des Kindes gedeckt. Bleibt im Uebrigen Alles wie vorher, so zahlen die

*) f. Journal de l'école royale polytechnique. Tome XVI. p. 306.

die zuerst versicherten a_k Kinder à 1 Thlr. Prämie, folglich in Summa a_k Thaler, welche bei der Geburt den baaren Werth $a_k \cdot d^k$ haben. Entsprechend ist der baare Werth der von den im nächsten Jahre noch lebenden a_{k+1} Kindern gezahlten Prämien $a_{k+1} \cdot d^{k+1}$ u. s. f. Die letzte Prämienzahlung erfolgt bei erreichtem $(n-1)$ ten Jahre oder (was dasselbe ist) beim Beginn des n ten, an dessen Schlusse das versicherte Kapital ausgezahlt wird. Wir haben somit als baaren Werth der gesammten Prämienzahlung à 1 Thlr.

$$a_k d^k + a_{k+1} d^{k+1} + a_{k+2} d^{k+2} + \dots + a_{n-2} d^{n-2} + a_{n-1} d^{n-1},$$

und wenn wir die für jedes Kind zu zahlende Prämie mit P bezeichnen,

$$P (a_k d^k + a_{k+1} d^{k+1} + \dots + a_{n-2} d^{n-2} + a_{n-1} d^{n-1}) \dots (H).$$

Da dieser Ausdruck dem unter (F) gleich sein muß, so erhalten wir

$$P = \frac{a_n d^n \cdot C}{a_k d^k + a_{k+1} d^{k+1} + \dots + a_{n-2} d^{n-2} + a_{n-1} d^{n-1}} \dots (J)$$

und somit zur Berechnung der Jahresprämie die Regel:

Man dividire die discountirte Zahl der Lebenden am Versicherungstermine durch die Summe der discountirten Zahlen der Lebenden in allen früheren Jahren vom Jahre des Versicherungsabschlusses an gerechnet und multiplicire den Quotienten mit dem Versicherungskapitale.

Nach dieser Regel sind die Werthe unter der Colonne (g) in Tabelle II. berechnet; in Colonne (e) sind nämlich die Summen der discountirten Zahlen aufgestellt, mit diesen in die discountirte Zahl der Lebenden resp. im 24ten, 21ten und 18ten Lebensjahre dividirt und der Quotient mit 100 multiplicirt worden.

III. Versicherung durch Zahlung in einer Summe mit Rückgewähr der Einlage, wenn das Kind vor dem Versicherungstermine stirbt.

Wir wollen diese Versicherungsart so verstehen, daß die für ein Kind gezahlte Einlage im Falle des Ablebens desselben vor dem Versicherungstermine an letzterem den Angehörigen zurückerstattet wird. Wenn demnach a_k Kinder im Alter von k Jahren versichert werden, so beträgt die Rückgewährung à 1 Thlr.

$$(a_k - a_n) \text{ Thaler,}$$

indem $(a_k - a_n)$ die Zahl der bis zum n ten Lebensjahre gestorbenen Kinder ist und eine gleiche Anzahl Thaler von der Bank zurückzuerstatten ist. Bezeichnen wir nun die frühere Einlage unter (G) mit x und die Mehrzahlung Behufs Erlangung der Rückgewähr mit z , so sind von der Bank für jedes todte Kind $(x+z)$ Thaler, also in Summa

$$(a_k - a_n) (x + z) \text{ Thaler ... } (K)$$

am Versicherungstermine zurück zu erstatten. Für diese Rückgewähr sind nun von sämtlichen a_k Kindern beim Versicherungsabschlusse, also im k ten Lebensjahre, außer der gewöhnlichen Einlage (x) die oben erwähnten z Thaler, also in Summa $z \cdot a_k$, zu zahlen, deren künftiger Werth, wenn die Bank keinen Schaden haben soll, dem Werthe unter (K) gleich sein muß. Ist B der baare Werth eines nach n Jahren zahlbaren Kapitals C , so ist, wie wir im ersten Kapitel gesehen haben,

$$B = C \cdot \left(\frac{100}{100 + p} \right)^n.$$

Hieraus folgt

$$C = B \cdot \left(\frac{100 + p}{100} \right)^n,$$

oder wenn wir $\frac{100 + p}{100} = e$ setzen,

$$C = B \cdot e^n;$$

d. h. um den künftigen Werth eines Kapitals zu finden, hat man den gegenwärtigen Werth desselben mit

$$\frac{100 + p}{100} = e$$

zu multipliciren. Hieraus folgt ohne Weiteres, daß die oben erwähnte Extra-Einlage $z \cdot a_k$ am Versicherungstermine den Werth

$$z \cdot a_k \cdot e^{n-k} \text{ ... } (L)$$

hat, weil diese $z \cdot a_k$ Thaler $(n-k)$ Jahre in den Händen der Bank bleiben und von dieser genutzt werden. Setzen wir die Werthe unter (L) und (K) einander gleich, so erhalten wir

$$z \cdot a_k \cdot e^{n-k} = (a_k - a_n) (x + z)$$

und hieraus

$$z = \frac{(a_k - a_n) x}{a_k e^{n-k} - (a_k - a_n)}.$$

Bezeichnen wir nun die Gesamteinlage mit E , so ist

$$E = z + x$$

$$= \frac{(a_k - a_n) x}{a_k e^{n-k} - (a_k - a_n)} + x$$

$$= \left\{ \frac{(a_k - a_n)}{a_k e^{n-k} - (a_k - a_n)} + 1 \right\} x$$

$$= \frac{a_k e^{n-k}}{a_k e^{n-k} - (a_k - a_n)} \cdot x.$$

Nun hatten wir unter (G)

$$x = \frac{a_n d^n}{a_k d^k} = \frac{a_n d^{n-k}}{a_k},$$

oder weil $d = \frac{1}{e}$,

$$x = \frac{a_n}{a_k e^{n-k}}.$$

Setzen wir diesen Werth oben ein, so erhalten wir

$$E = \frac{a_k e^{n-k}}{a_k e^{n-k} - (a_k - a_n)} \cdot \frac{a_n}{a_k e^{n-k}}$$

oder

$$E = \frac{a_n}{a_k e^{n-k} - (a_k - a_n)} \dots (M).$$

Nach dieser Formel sind die Gesamteinlagen in Tabelle III. berechnet. Die Art der Berechnung ist aus der Tabelle selbst vollkommen ersichtlich.

IV. Versicherung durch jährliche Prämienzahlung mit Rückgewähr der gesamten Prämien am Versicherungstermine, wenn das Kind vor demselben stirbt.

Wir haben zunächst die Summe zu ermitteln, welche das Versicherungsinstitut am Versicherungstermine zu restituiren hat. Nehmen wir zunächst an, daß die nach unserer Tabelle das 23te Lebensjahr erreichenden Kinder sich sämmtlich zu dieser Zeit, also bei Antritt des 24ten Jahres versicherten und daß davon A Kinder das 24te Lebensjahr nicht erreichten, so würden bei einer Prämie von 1 Thlr. Seitens der Versicherungsbank einfach A Thaler zurück zu erstatten sein. Gände ferner die Versicherung der Kinder unter denselben Umständen beim Antritt des 23ten Jahres Statt und stürben noch in diesem Jahre B Kinder, so würde der einfache Betrag von B Thalern und außerdem, weil im nächsten Jahre wieder A Kinder sterben und diese bereits zweimal gesteuert haben, 2A Thaler in Summa also (2A + B) Thaler zu restituiren sein. Gehen wir noch ein Jahr weiter zurück und lassen die Kinder beim Eintritt des 22ten Jahres versichert werden, davon noch im Laufe des Jahres C Kinder sterben, so dürfte nun ohne Weiteres klar sein, daß die Gesamtrückgewähr Seitens der Bank jetzt in Summa 3A + 2B + C betragen würde, u. s. f.

Die Tabelle IV. enthält in Colonne (b) die in den einzelnen Jahren sterbenden Kinder also bei voriger Bezeichnung die Werthe von A, B, C, u. Die Colonne

(c) hingegen ist durch successive Addition von Colonne (b) entstanden, enthält also die Werthe

$$\begin{aligned} &A, \\ &A + B, \\ &A + B + C, \\ &A + B + C + D, \\ &A + B + C + D + E, \text{ u.} \end{aligned}$$

und endlich Colonne (d) die durch successive Addition der Colonne (c) entstandenen Werthe, also

$$\begin{aligned} &A, \\ &2A + B, \\ &3A + 2B + C, \\ &4A + 3B + 2C + D, \\ &5A + 4B + 3C + 2D + E, \\ &\text{u. s. f.,} \end{aligned}$$

durch welche die am Versicherungstermine zu restituirenden Summen bezeichnet werden. Analog sind die Colonnen (c'), (d') und (c''), (d'') für's 21te resp. 18te Lebensjahr als Versicherungstermin construirt worden.

Bezeichnen wir nun die am Versicherungstermine für je einen Thaler Prämie Seitens der Bank zu leistenden Rückgewährungen mit R , die Hauptprämie (J) mit P und die Zusatzprämie zur Deckung der Rückgewähr mit Z , so hat die Bank als Gesamtrückgewähr

$$(P + Z) R \text{ Thaler}$$

zu leisten. Zur Bestimmung der Zusatzprämie Z führt nun folgende Betrachtung: Um $a_n \cdot 100$ Thaler (Gesamtbetrag der Versicherungssummen) aufzubringen, waren P Thaler jährliche Prämie nöthig, wie viel (Z) Thaler sind nöthig, um $(P + Z) R$ Thaler aufzubringen? Wir haben also die Proportion

$$P : Z = a_n \cdot 100 : (P + Z) R,$$

woraus wir erhalten

$$Z = \frac{P^2 R}{a_n \cdot 100 - PR} \dots (N).$$

Um endlich die Gesamtprämie ($P + Z = G$) zu erhalten, haben wir zu Z noch P zu addiren und erhalten aus (N)

$$\begin{aligned} G &= P + Z \\ &= \frac{P^2 R}{a_n \cdot 100 - PR} + P \end{aligned}$$

$$G = \frac{P^2 R + P \cdot a_n \cdot 100 - P^2 R}{a_n \cdot 100 - PR} \text{ oder}$$

$$G = \frac{P \cdot a_n \cdot 100}{a_n \cdot 100 - PR} \dots (O).$$

Nun hatten wir aber unter (J),

$$P = \frac{a_n \cdot d^n \cdot C}{a_k d^k + a_{k+1} d^{k+1} + \dots + a_{n-1} d^{n-1}},$$

welcher Ausdruck, wenn wir die Versicherungssumme $C = 100$ und die Summe der discountirten Zahlen der Lebenden [s. Tabelle II. unter (e)] $= \Sigma d$ setzen, übergeht in

$$P = \frac{a_n d^n \cdot 100}{\Sigma d}.$$

Substituiren wir diesen Werth in (O), so erhalten wir

$$G = \frac{\frac{a_n d^n \cdot 100}{\Sigma d} \cdot a_n \cdot 100}{a_n \cdot 100 - \frac{a_n d^n \cdot 100}{\Sigma d} \cdot R}$$

oder nach gehöriger Reduction

$$G = \frac{a_n d^n \cdot 100}{\Sigma d - R d^n} \dots (P).$$

Nach dieser Formel sind die in Tabelle IV. in den Colonnen (o), (p), (q) aufgestellten Gesamtprämien einer Aussteuerversicherung mit Rückgewährung aller Prämien, falls das Kind vor dem Versicherungstermine stirbt, berechnet worden und zwar für das 24te, 21te und 18te Lebensjahr als Versicherungsjahr. Die Bildung der Colonnen (a), (b), (c), (d) wurde bereits vorher angegeben; die Colonnen (e), (f), (g) enthalten die baaren Werthe der in den Colonnen (d), (d'), (d'') aufgestellten Rückgewährungen bei der Geburt der Kinder oder bei früherer Bezeichnung die Werthe von $R d^n$. Die Colonnen (h), (i), (k) hingegen enthalten die Summen der discountirten Zahlen der lebenden Kinder oder die baaren Werthe der Prämienzahlung à 1 Thlr., entnommen aus den Colonnen unter (e) in Tabelle II. Die Colonnen (l), (m), (n) ferner enthalten die bezüglichen Differenzen $\Sigma d - R d^n$ und endlich die Colonnen unter (o), (p), (q) die Gesamtprämien, berechnet durch Division mit den letztgenannten Differenzen in die discountirte Zahl der am Versicherungstermine noch lebenden Kinder.