

7. Sekundärliteratur

**Zu der öffentlichen Prüfung, welche mit den Zöglingen
der Realschule I. Ordnung im Waisenhaus zu Halle am ...
in dem Versammlungssaale des neuen ...**

Halle (Saale), 1838

Viertes Kapitel. Wittwenpensionen.

Nutzungsbedingungen

Die Digitalisate des Francke-Portals sind urheberrechtlich geschützt. Sie dürfen für wissenschaftliche und private Zwecke heruntergeladen und ausgedruckt werden. Vorhandene Herkunftsbezeichnungen dürfen dabei nicht entfernt werden.

Eine kommerzielle oder institutionelle Nutzung oder Veröffentlichung dieser Inhalte ist ohne vorheriges schriftliches Einverständnis des Studienzentrums August Hermann Francke der Franckeschen Stiftungen nicht gestattet, das ggf. auf weitere Institutionen als Rechteinhaber verweist. Für die Veröffentlichung der Digitalisate können gemäß der Gebührenordnung der Franckeschen Stiftungen Entgelte erhoben werden.

Zur Erteilung einer Veröffentlichungsgenehmigung wenden Sie sich bitte an die Leiterin des Studienzentrums, Frau Dr. Britta Klosterberg, Franckeplatz 1, Haus 22-24, 06110 Halle (studienzentrum@francke-halle.de)

Terms of use

All digital documents of the Francke-Portal are protected by copyright. They may be downloaded and printed only for non-commercial educational, research and private purposes. Attached provenance marks may not be removed.

Commercial or institutional use or publication of these digital documents in printed or digital form is not allowed without obtaining prior written permission by the Study Center August Hermann Francke of the Francke Foundations which can refer to other institutions as right holders. If digital documents are published, the Study Center is entitled to charge a fee in accordance with the scale of charges of the Francke Foundations.

For reproduction requests and permissions, please contact the head of the Study Center, Frau Dr. Britta Klosterberg, Franckeplatz 1, Haus 22-24, 06110 Halle (studienzentrum@francke-halle.de)

urn:nbn:de:hbz:061:1-181344

Zweiter Abschnitt.

Verbundenes Leben.

Viertes Kapitel.

Wittwenpensionen.

Von den Versicherungen verbundener Leben stellen wir die wichtigste und am häufigsten vorkommende voran, d. i. die Versicherung von Wittwenpensionen. Wir stellen uns deshalb folgende hierauf bezügliche Aufgabe:

Von zwei Eheleuten zahlt der Mann (n Jahre alt) an eine Wittwenkasse alljährlich postnumerando einen Beitrag B während des Bestehens der Ehe; wogegen die Kasse seiner Frau (jetzt k Jahre alt), wenn sie ihren Ehemann überleben sollte, als Wittwe vom Ende des Todesjahres ab bis zu deren Tode eine Pension P postnumerando auszahlt. Welches ist die Berechnungsformel zwischen den genannten Größen?

Es wird sich hier wieder darum handeln, die baaren Werthe der beiderseitigen Leistungen zu ermitteln und diese einander gleich zu setzen.

Für den einsteuernden Ehemann besteht der baare Werth der Leistung in der Summe der baaren Werthe der mathematischen Hoffnungen *) sämtlicher Beiträge. Die Hoffnungen hängen nun ab von der Wahrscheinlichkeit, daß beide Eheleute an jedem Zahlungsstermine noch leben. Wenn nun im Folgenden $a_n, a_{n+1}, \text{ic.}$ die frühere Bedeutung für die Männer und $a_k, a_{k+1}, \text{ic.}$ die entsprechende für die

*) s. meine Schrift: Die höheren bürgerlichen Rechnungsarten. §. 41.

Frauen haben, so ist die Wahrscheinlichkeit, daß der n Jahre alte Ehemann nach einem Jahre noch lebt

$$\frac{a_{n+1}}{a_n}$$

Entsprechend ist die Wahrscheinlichkeit, daß die Frau noch lebt

$$\frac{\alpha_{k+1}}{\alpha_k}$$

und die Wahrscheinlichkeit, daß beide zugleich nach einem Jahre noch leben

$$\frac{a_{n+1}}{a_n} \cdot \frac{\alpha_{k+1}}{\alpha_k} \text{ *)}.$$

Ganz analog erhält man als Wahrscheinlichkeiten, daß beide Eheleute nach 2, 3 u. Jahren noch leben

$$\frac{a_{n+2}}{a_n} \cdot \frac{\alpha_{k+2}}{\alpha_k}; \quad \frac{a_{n+3}}{a_n} \cdot \frac{\alpha_{k+3}}{\alpha_k}; \text{ u. s. f.}$$

Es haben somit die Beiträge in den einzelnen Jahren die mathematischen Hoffnungen

$$\frac{a_{n+1}}{a_n} \cdot \frac{\alpha_{k+1}}{\alpha_k} \cdot B; \quad \frac{a_{n+2}}{a_n} \cdot \frac{\alpha_{k+2}}{\alpha_k} \cdot B; \text{ u.}$$

und es werden die baaren Werthe derselben bei früherer Bedeutung des Discountirungsfactors d ausgedrückt durch

$$\frac{a_{n+1}}{a_n} \cdot \frac{\alpha_{k+1}}{\alpha_k} \cdot Bd; \quad \frac{a_{n+2}}{a_n} \cdot \frac{\alpha_{k+2}}{\alpha_k} \cdot Bd^2; \text{ u.}$$

Bezeichnet nun E den baaren Werth der Gesamtleistung des Ehemannes, so haben wir

$$E = \frac{B}{a_n \cdot \alpha_k} \cdot \{ a_{n+1} \cdot \alpha_{k+1} \cdot d + a_{n+2} \cdot \alpha_{k+2} \cdot d^2 + a_{n+3} \cdot \alpha_{k+3} \cdot d^3 + \dots \}$$

oder wenn wir die Glieder in der Klammer mit d^k multipliciren und den Factor außerhalb der Klammer mit d^k dividiren

$$E = \frac{B}{a_n \cdot \alpha_k \cdot d^k} \{ a_{n+1} \alpha_{k+1} d^{k+1} + a_{n+2} \alpha_{k+2} d^{k+2} + a_{n+3} \alpha_{k+3} d^{k+3} + \dots \} \quad (1).$$

Wir erhalten somit zur Berechnung der Leistung des Ehemannes folgende Regel:

Man multiplicire die discountirten Zahlen der lebenden Frauen aller höheren Alter mit den entsprechenden Zahlen

*) s. vorgenannte Schrift: S. 40.

der lebenden Männer und dividire die Summe dieser Produkte durch das Produkt der discountirten Zahl der lebenden Frauen des gegebenen Alters und der Zahl der lebenden Männer. Mit dem Quotienten ist der jährliche Beitrag zu multipliciren.

Dächten wir uns, daß die Eheleute während der Ehedauer die vorgenannten B Thaler als Rente bekämen, so würde offenbar der baare Werth dieser Cherente ebenfalls durch die Formel unter (Q) ausgedrückt werden, da es für den Betrag jener Zahlungen ganz gleichgültig ist, ob sie geleistet oder empfangen werden. Wir können also auch sagen, daß die Formel (Q) den baaren Werth einer nachschußweisen Cherente darstelle.

Wenn, wie es üblich ist, die Beiträge Seitens des Ehemannes praenumerando geleistet werden, so kommt zu dem Werthe von E noch der einfache Betrag der jährlichen Steuer B hinzu und es wäre somit

$$B + \frac{B}{a_n a_k d^k} \cdot (a_{n+1} a_{k+1} d^{k+1} + a_{n+2} a_{k+2} d^{k+2} + \dots) \dots (R)$$

der baare Werth einer vorschußweisen Steuer oder vorschußweisen Cherente.

Kommen wir jetzt zur Bestimmung des baaren Werthes der Leistung der Wittwenkasse.

Das Leben der Frau zerfällt in zwei Perioden: 1) die Ehedauer, 2) die Wittwendauer; Pensionen erhält sie nur während der zweiten Periode. Bekäme sie auch während der ersten Periode die fragliche Pension als Cherente ausgezahlt, so würde sie eine vollständige Leibrente genießen und es geht also hieraus hervor, daß der baare Werth der Wittwenpension sich ansehen läßt als die Differenz zwischen den baaren Werthen einer Leibrente und einer Cherente. Bezeichnen demnach L^1 und E^1 bezüglich die baaren Werthe einer nachschußweisen Leibrente und Cherente à 1 Thaler, und P den jährlichen Betrag der Wittwenpension, so ist

$$(L^1 - E^1) P \dots (S)$$

der baare Werth der Wittwenpensionen. Da dieser dem baaren Werthe der Zahlungen des Ehemannes, welcher bei der angenommenen Bezeichnung durch

$$B (1 + E^1)$$

ausgedrückt wird, gleich sein muß, so erhalten wir

$$B (1 + E^1) = (L^1 - E^1) P$$

oder

oder

$$B = \frac{(L^1 - E^1) P}{1 + E^1} \dots (T)$$

als Berechnungsformel für die Beiträge des Chemannes.

Bei der wirklichen Berechnung der Wittwenkassen-Beiträge haben wir die durch die Erfahrungen der letzten Jahre verbesserte Brune'sche Sterblichkeitstafel benutzt. Nach dieser sind zunächst die Leibrenten der Frauen berechnet und in Tabelle V. aufgestellt. Für die Cherenten gestattete uns hier der Raum nur die Aufstellung einer Tabelle, nämlich der Tabelle VI., wo für den Fall, daß die Frau 25 Jahre jünger ist als der Mann, die Cherenten von 5 zu 5 Jahren berechnet und in Colonne (f) aufgestellt sind. Um nun die Wittwenkassen-Beiträge selbst zu erhalten, setzen wir die Werthe aus Colonne (e) in Tabelle V. und aus Colonne (f) in Tabelle VI. in die obige Formel (T) ein und erhalten so, wenn wir $P = 100$ annehmen, folgende Tabelle:

Wittwenkassen-Beiträge,

wenn die Frau 25 Jahre jünger ist als der Mann.

Alter der Frauen.	Alter der Männer.	Leibrente der Frauen. L^1 .	Cherente. E^1 .	$L^1 - E^1$.	Jährl. Beitrag für 100 Thlr. Wittwenpen- sion. $\frac{(L^1 - E^1) 100}{1 + E^1}$.
50	75	12,521	4,102	8,419	16,50
45	70	13,923	5,250	8,673	13,88
40	65	15,080	6,588	8,492	11,19
35	60	15,959	7,909	8,050	9,04
30	55	16,660	9,254	7,406	7,22
25	50	17,221	10,498	6,723	5,85
20	45	17,547	11,530	6,017	4,80
16	41	17,579	12,159	5,420	4,12

Wir fügen noch hinzu die

Wittwenkassen-Beiträge,

wenn die Frau 5 Jahre jünger ist als der Mann.

Alter der Frauen.	Alter der Männer.	Leibrente der Frauen. L^1 .	Eherente. E^1 .	$L^1 - E^1$.	Zähl. Beitrag für 100 Thlr. Wittwenpen- sion. $(L^1 - E^1) 100$ $1 + E^1$.
50	55	12,521	8,437	4,084	43,28
45	50	13,923	9,867	4,056	37,34
40	45	15,080	11,136	3,944	32,50
35	40	15,959	12,208	3,751	28,41
30	35	16,660	13,138	3,522	24,92

Fünftes Kapitel.

Berechnung der jährlichen Prämien zur Versicherung von 100 Thalern, zahlbar beim Tode des von zwei Versicherten Zuerststerbenden.

Wir wollen uns unter den beiden versicherten Personen zwei Eheleute vorstellen, obgleich es für die nachfolgende Untersuchung ganz gleichgültig ist, in welchem Verhältnisse die Personen zu einander stehen, und annehmen, der Mann sei n und die Frau k Jahre alt. Fragen wir zunächst nach der Leistung der Bank, so ist diese gleich dem baaren Werthe der mathematischen Hoffnung — oder wie man hier bezeichnender sagen könnte — Furcht, daß sie 100 Thaler zahlen muß.

Haben a_n und a_k die frühere Bedeutung, so giebt das Produkt $a_n \cdot a_k$ die Zahl aller möglichen Verbindungen der in den Versicherungsaltern lebenden Personen an, während das Produkt $a_{n+1} \cdot a_{k+1}$ dieselbe Bedeutung für das fol-