

Franckesche Stiftungen zu Halle

Mathematisches Handbuch.

**Perin, Georg von
Sarganeck, Georg**

Halle (Saale), 1739-1740

Stereometrie, die Körpermessung

Nutzungsbedingungen

Die Digitalisate des Francke-Portals sind urheberrechtlich geschützt. Sie dürfen für wissenschaftliche und private Zwecke heruntergeladen und ausgedruckt werden. Vorhandene Herkunftsbezeichnungen dürfen dabei nicht entfernt werden.

Eine kommerzielle oder institutionelle Nutzung oder Veröffentlichung dieser Inhalte ist ohne vorheriges schriftliches Einverständnis des Studienzentrums August Hermann Francke der Franckeschen Stiftungen nicht gestattet, das ggf. auf weitere Institutionen als Rechteinhaber verweist. Für die Veröffentlichung der Digitalisate können gemäß der Gebührenordnung der Franckeschen Stiftungen Entgelte erhoben werden.

Zur Erteilung einer Veröffentlichungsgenehmigung wenden Sie sich bitte an die Leiterin des Studienzentrums, Frau Dr. Britta Klosterberg, Franckeplatz 1, Haus 22-24, 06110 Halle (studienzentrum@francke-halle.de)

Terms of use

All digital documents of the Francke-Portal are protected by copyright. They may be downloaded and printed only for non-commercial educational, research and private purposes. Attached provenance marks may not be removed.

Commercial or institutional use or publication of these digital documents in printed or digital form is not allowed without obtaining prior written permission by the Study Center August Hermann Francke of the Francke Foundations which can refer to other institutions as right holders. If digital documents are published, the Study Center is entitled to charge a fee in accordance with the scale of charges of the Francke Foundations.

For reproduction requests and permissions, please contact the head of the Study Center, Frau Dr. Britta Klosterberg, Franckeplatz 1, Haus 22-24, 06110 Halle (studienzentrum@francke-halle.de)

[urn:nbn:de:gbv:ha33-1-191765](https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:gbv:ha33-1-191765)

III. Stereometrie, die Körpermessung

Ist die Wissenschaft vom körperlichen Raum, i.e. von dem Platz den ein jeder Körper nach seinen 3 Dimensionen, der Länge, Breite und Dicke einnehmen kann,

Der erste Theil.

T H E O R I A

SECTIO I.

DEFINITIONES oder Erzählung, Benennung und Beschreibung aller möglichen Arten von geometrischen Körpern. conf. § 361. 367.

^{*)} Aus § 17. 81. ist klar, daß sie alle in 3 Classen zu bringen sind.

- I) **GERADLINIGES**, die in lauter gerade (nicht aus- noch eingebogene) Flächen eingeschlossen sind. Diese machen wiederum nur drey Geschlechter aus, denn sie sind entweder
 - A) **Gleich ausgehend**, allenthalben gleich dick und breit, deren sind nach der Beschaffenheit ihrer Basium nur 3 Arten.
 - 1) **Dreieckige**, die zur Basis und in einem jeden Durchschnitt einen Triangel haben, (der sich nach der Fläche in die Höhe fort beweget). Heissen alle

^{*} *Prismata triangularia*, dreieckige Säulen. Da nun die Triangel sechsfach differiren können, die aufwärts gehende Bewegung der Basis aber entweder perpendicular oder schief geschehen kann: so sind hiemit alle mögliche Arten solcher Säulen bestimmt.
 - 2) **Viereckige**, die zur Basis und Durchschnitt eine viereckige Figur haben: können also nach der Zahl der möglichen viereckigen Flächen § 86. sqq. seyn entweder
 - a) **Parallelepipeda**, oder durchaus Parallelflächig, deren nur 4 möglich, als
 - a) Das *Quadratum solidum* oder *Cubus*, der Würfel, der durch die abgemessene Bewegung eines Quadrats entsteht; hat also alle drey Dimensionen gleich, und ist folglich in 6 gleiche Quadrataflächen eingeschlossen.
 - b) Das *Oblongum solidum*, dergleichen ein rechtwinklicht langes Zimmer, Kasten, Schrank u. vorstellen.
 - c) Der *Rhombus solidus*, ist in 6 gleiche Rhombusflächen eingeschlossen.
 - d) Der *Rhomboides solidus*, ein gekrümmter und schiefwinkliger Kasten oder Säule.
 - b) **nicht Parallelepipeda**, woran die Seitenflächen nicht durchaus parallel gehen, als
 - a) das *Trapezium solidum*, eine Trapezien Säule, daran noch 2 Seiten Parallel gehen, als in einem Dachzimmer u.
 - b) das *Trapezoides solidum*, eine schiefklächige Trapezien Säule. Beyderley können wieder entweder perpendicular oder schief aufwärts gehen.
- 3) **Viel-**

- 3) **Vieleckige**, die zur Basis und Durchschnitt eine vieleckige Figur haben. Können also seyn entweder
 a) **Regulär**, wenn ihre Bases reguläre Polygone sind; und geben also 5. 6. 7. 8. 9. 10. 11. eckige reguläre Säulen, *Prisma-
ta pentagona; hexagona etc.* Oder
 b) **irregulär**, wenn ihre Bases irreguläre Polygone sind; geben also vieleckige irreguläre Säulen oder Prismen. Wederley
 können wieder entweder perpendicular oder schiefwinklich seyn.
- B) **Zugespitzte**, da sich die Basis im aufwärts gehen einförmig einziehet, und endlich in einen Punct
 terminirt. Heissen alle Pyramiden. So vielfach nun die basis und das aufwärtssteigen dersel-
 ben differiren kann, so vielerley Pyramiden sind möglich. Man kann sie sich also wieder eintheilen in
 a) **Dreyeckige**, die nach der Basis sechsfach können differiren, (§. 83.) nach der Bewegung derselben aber
 bald hoch, bald niedrig, bald gerade auf, bald schief stehen.
 b) **Viereckige**, die nach der Basis wieder sechsfach differiren können, §. 86. sqq. und dann bald hoch, bald
 niedrig, bald perpendicular bald schief steigen.
 c) **Vieleckige**, die nach der Basis regulär oder irregulär, wenig- oder vieleckig seyn können, und sonst bald im
 Stand, bald in der Höhe differiren.
- c) **Zusammengesetzte**, die nicht aus EINER Bewegung einer einzigen Fläche entstehen können, son-
 dern aus mehreren Körpern, und meist aus Pyramiden, *Triangulis solidis etc.* (wie die Polygone
 auch aus lauter Triangeln bestehen) zusammen gesetzt sind. Die heissen alle *Polyedra*, vielblättrige, und
 stehen wieder in drey Classen.
- 1) **Reguläre**, die lauter gleiche Ecken und gleiche Flächen ringsum haben, und bestehen aus lauter gleich
 grossen Pyramiden, die ihre Bases auswärts, die Spitze aber einwärts ins Centrum des Körpers gekeh-
 ret haben. Deren sind nur fünf in der Welt möglich
 1) Das *Tetraëdron*, macht zwar eine einzige Pyramide aus: kann aber auch als aus vier flachen und niedrigen dreieckigen Pyrami-
 den zusammengesetzt concipiret werden; hat vier gleiche Flächen, vier gleiche Ecken.
 2) Das *Hexaëdron*, ist eben der Würfel, aber aus sechs gleichen viereckigen Pyramiden concipirt, hat sechs gleiche Flächen und acht
 gleiche Ecken.
 3) Das *Octaëdron*, bestehet aus acht gleichen dreieckigen Pyramiden, hat acht gleiche Flächen, sechs gleiche Ecken.
 4) Das *Dodecaëdron*, bestehet aus 12 gleichen fünfeckigen Pyramiden; hat 12 gleiche Flächen und 20 gleiche Ecken.
 5) Das *Icosaëdron*, bestehet aus 20 gleichen dreieckigen Pyramiden: hat 20 gleiche Flächen und 12 gleiche Ecken.
- 2) **Irreguläre leichte**, sind alle bisher erzählte, wenn ihnen einige oder alle Ecken fehlen. Heissen durch-
 gehends *corpora truncata*, und kommen nur bey den fünf regulären Körpern zum Spiel am meisten
 vor. So hat man denn ein verstümmeltes körperliches Viereck, Sechseck, Achteck, Zwölfeck u. Zwanzigeck.
- 3) **Irreguläre feste**, da fast alle Seitenflächen untereinander ungleich und auch unähnlich sind, aber doch
 alle gerade, weder ein- noch ausgebogen. Können unzählige seyn.

II) KUNNIGKEITSE, mit erhabenen oder auch aus- und eingebogenen Flächen.

589

Die bleiben nur bey der Kugel, und diese kann von dreyerley Arten seyn.

- A) *Sphæra*, die vollkommene Kugel, da sich ein perfecter halber Circul um seinen Diameter herumwendet.
 B) *Ellipsis solida*, eine Elliptische oder ablange Kugel, da sich eine halbe Ellipsis um ihre längste Are herumdrehet. Sie hat demnach die Eigenschaften einer Ellipsis an sich, gleichwie jene des Circuls seine.
 C) *Spheroides*, eine platte Kugel, da sich eine halbe Ellipsis um ihre kürzeste Are herumwendet.

III) VERMISCHTE KUNNIGKEITSE, die bald platte, bald erhabene und vertiefte Flächen haben. Sie stehen wieder in drey Classen; denn sie sind entweder

590

- A) Gleichausgehend, wie alle Cylinder, da sich eine Circulfläche, als ihre Basis hinaufwärts bewegt. Dies kann auch eine Ellipsis u. thun. Demnach wirds bald perfect runde, bald länglich runde; bald gerade auf, bald schief stehende Cylinder geben können.

591

- B) Zugespizte, dergleichen sind alle Regel, Coni, da sich der aufwärts gehende Circul einformig verkürzt, und endlich in einen Punct terminiret. Demnach können die Coni bald nach der Basis, bald nach der Direction der Bewegung differiren, i. e. gerade auf, oder schief stehen.

592

- C) Zusammengesetzte, oder auch zerstückelte Körper, dergleichen sind z. E.

593

a) Aus- und Abschnitte der Cylinder.

b) *Coni curti*, abgeköpfte oder curtirte Regel; Aus- und Abschnitte der Kugel, Sector solidus und Segmentum solidum.

c) Alle übrige irreguläre Körper mit vermischten Flächen: deren sind die allermeisten.

SECTION II.

HYPOTHESES oder beliebig angenommene Sätze von Körpern.

- I) Was wir von der Theorie und Berechnung der Flächen, die an Körpern vorkommen, oben vorbeigelassen, und hier nützlich finden: wollen wir hie und da an seinem Ort mitnehmen. Folglich nach der Ausrechnung jeder Art Körper auch seine Fläche, wo nöthig, rechnen.

594

- II) Weil man Körper mit Körpern messen muß: so soll der Cubus aus allen Arten der Körper unser Maßstab seyn. Derwegen wollen wir alles Ausrechnen der Körper das cubiren, und bey Fässern das Visiren oder Ohmen nennen. Der körperliche Inhalt aber, der die kleinen Würfeln in einem grossen Körperraum bestimmet, heiße die Solidität oder Corpulenz.

595

III) Zu

- III) Zu grossen Corperräumen brauchen wir grosse, zu kleinen kleine Cubos als Massstäbe.
- a) Demnach kommen des der geographischen Erdmessung Cubicmeilen vor. Im gemeinen Leben rechnet man die Räume nach Cubicruthen, Cubicschuhen, Cubiczollen, Cubiclinien, Cubicscrupeln, Cubicquinten zc. aus.
- b) Wir wollen uns also auch die ähnlicher Massnamen und Zeichen bedienen, wie in der Planimetrie, 1. E. 35°, 607', 804", 705''' 003''''
- c) Auch beliebt es uns, das Decimalmass zu gebrauchen, und wo es nöthig das Rheinländische und andere Massarten in dasselbe auf allerley Weise zu verwandeln.
- IV) In wirklichen Visirungen wollen wir uns allenthalben des dort Land- und Stadt- üblichen Masses bedienen, und sowol das Decimal- oder cubische Mass als die anderswo übliche Massarten in dasselbe, so oft als nöthig, beliebig verwandeln.
- V) Wir wollen bey Ausrechnungen, wo es nicht möglich ist die vollkommenste Accurateffe zu erreichen, doch der Richtigkeit so nahe kommen als möglich und nützlich ist.
- * Z. E. Könnten wir nicht präcise sagen, wie viel Cubicruthen an der einen Seite eines perfect cubischen grossen Zimmers liegen könnten: so wollen wir doch wenigstens anzeigen, wie viel Cubicschuh, Cubiczolle, Cubiclinien zc. drüber daran Platz hätten.

SECTIO III.

AXIOMATA, offenbare Grundsätze von Körpern.

- I) Körper müssen wir mit Körpern messen, und können unmöglich bloss Linien oder Flächen dazu brauchen.
- * Denn wir sollen sagen, wie viel kleiner Körper in einen grossen Corperraum gehen, oder in demselben neben und übereinander liegen können.
- II) Unter allen Körpern ist der Cubus der bequemste zum Massstab, weil er keine Zwischenräume läßt.
- 1) E. wollen wir mit demselben messen, d. i. ausmachen
- a) wie viel kleiner Würfel längst der Länge eines körperlichen Raums Platz haben,
- b) wie viel ihrer nach der Breite desselben liegen können. Folglich wieviel gleich grosser Reihen solcher Würfel neben einander stehen können, die den Boden decken, oder das unterste Stratum ausmachen.
- c) wieviel solcher Würfelchen der Höhe nach in dem grossen Körper übereinander liegen können: folglich wieviel solche Strata übereinander darinnen Platz haben. Fig. 146 A, B, C, D, p.
- 2) Da nun just alle drey Dimensiones den körperlichen Raum ausmachen: (unmöglich mehrere, und unmöglich weniger) so schliessen wir nothwendig von allem dreysachen Belegen, der Länge, der Breite, und der Höhe auf die ganze Solidität des Körpers.
- III) Soviel Schuhe, Zolle, Linien zc. ein Parallelepipedum lang ist: soviel Cubicschuh, Zolle zc. können seiner Länge nach hingelegt werden. So viel Schuhe, Zolle, Linien zc. dasselbe breit ist: soviel Cubicschuh, Zolle zc. können darinnen nach der Breite liegen, folglich just soviel Reihen solcher Würfel neben einander Platz haben, die die Basis des Körpers d. i. ein Stratum oder Lage ausmachen. So viel Schuhe zc. dasselbe hoch ist: soviel Cubicschuh zc. können der Höhe nach übereinander stehen, und just soviel Strata fassen. Unmöglich mehrere noch weniger. Derowegen

1) Brauch

- 1) Braucht man kein apartes Cubicmaß oder Würfelchen zum Darcinlegen, noch das wirkliche Belegen selber, weil man durch wirkliches Einlegen doch unendlich mehr noch weniger herausbringen könnte. 606
- 2) E. Findt man das unterste Stratum oder die Basis eines Parallelepiped, wenn man die Zahl der Würfelchen einer solchen Reihe mit der Zahl der Reihen multipliciret, i. e. die Länge mit der Breite; folglich just wie man eine Fläche quadriret. 607
- 3) Die ganze Solidität des Parallelepiped aber findet man, wenn man die Anzahl der Würfelchen, die in einem Strato sind, mit der Anzahl der Stratorum multipliciret, d. i. die Basis oder unterste Page mit der Höhe. 608
- 4) E. ist die Solidität eines Parallelepiped ein *factum* aus 3 gleichen oder ungleichen *factoribus*, der Länge, Breite und Höhe; oder aus einem *facto* (der schon quadrierten Basis) in noch einen *factorem*, nemlich die Höhe; d. i. die Corpulenz eines Parallelepiped ist ein *factum* aus seiner Grundfläche in die Höhe. 609
- 5) E. ist eines jeden Körpers Solidität ein *factum* aus seiner ganzen Grundfläche in seine ganze Höhe; oder so er spitzig zugebet, aus seiner ganzen Grundfläche in einen gewissen Theil seiner Höhe, et v. v. folglich 610
- a) Wenn man in die Solidität mit der Basis dividiret: so kommt die Höhe, oder ein gewisser Theil derselben, heraus; und wenn man mit der Höhe drein dividiret: so kommt die Basis. 611
- b) So oft nun die Basis eines Körpers (i. e. der eine *factor*) verändert wird: so oft muß auch die Höhe desselben (i. e. der andere *factor*) verändert werden, sofern der Körper gleich groß bleiben soll. 612
- 6) Wenn also ein hohler würflicher Kasten just 1 Cubicruthe faßt, folglich 10 Schuh lang, 10 breit und 10 hoch ist: so müssen nothwendig 100 Cubicschuh zur untersten Page, und 10 solcher Pagen übereinander darinnen Platz haben: Witten ist seine Solidität 1000 Cubicschuh. Und eben drum kann ein Cubicschuh nur 1000 Cubiczolle, ein Cubiczoll just 1000 Cubiclinien, eine Cubiclinie just 1000 Cubicseupel in sich fassen, weder mehr noch weniger. 613
- 7) Witten gehören in einer Körperzahl einem jeden Maßnamen höchstens drey Stellen, und unendlich mehrere, bis auf die Cubicruthen. 614
- 8) E. Kann man die Körperlichen oder Cubiczahlen leicht in Cubicruthen, Schuben, Zollen &c. aussprechen, wenn man nach Anweisung des letzten Zeichens in jedem Maßnamen von der rechten zur linken 3 Ziffern abschneidet: das übrige bleibt für die Cubicruthen. Z. E. 12345678900785 sind 12345 Cubicruthen, 678 Cubicschuh, 900 Cubiczolle, 785 Cubiclinien. 165
- IV) Alle Körper, die eine gleiche Basis (die Basen mögen untereinander ähnlich seyn oder nicht) haben und auch gleich hoch sind, sind einander gleich: Denn sie haben eine gleiche Anzahl gleich grosser Stratorum. 616
- V) Gleiches kann man für gleiches substituiren. Wenn nun einige Körper zu schwer zu cubiren sind: so cubire man andere NB. ihnen gleiche, die zu tractiren leichter sind; oder lege sie in die leichten hinein, schütte den übrigen Raum mit Wasser oder Sande voll &c. 617

SECTIO IV.

THEOREMATA, Lehrsätze von Körpern.

* Wir wollen sie nach ihrem verschiedenen Nutzen wieder in 4 Classen theilen. Denn

- I) Einige gehören theils noch zur Planimetrie, und lehren die Berechnung, und Verhältniß gewisser Körperflächen. Z. E. 618
- † 1) Eines rechtwinklichten Cylinders Seitenfläche (ohne die Grundflächen) gleicht einem Oblongo, welches so breit ist als die Peripherie, und so hoch als die Höhe des Cylinders. Kurz: sie gleicht einem Oblongo aus der Cylinderperipherie in die Höhe. 619
- a) E. läßt sich der Cylinders Neß leicht zeichnen, und sein Körper construiren 620
- b) E. kann die Cylindersfläche wie ein Oblongum ausgerechnet werden. 621
- c) E. kann man sie leicht in andere Flächen verandern, vergleichen, vermehren und vermindern. 622

2) Ei.

- † 2) Eines rechtwinklichten Coni Seitenfläche (ohne die Basin) ist gleich einem Sectori, der zu seinem Radio des Kegels Seitenhöhe hat, und zu seinem Bogen die ganze Regelperipherie. § 623
- a) E. gleicht sie auch einem Triangel, dessen Basis der rectificirten Regelperipherie, und die Höhe der Seitenhöhe des Kegels gleich ist. 624
- b) E. läßt sich ein Conus geometrisch im Nege zeichnen und construiren 625
- c) E. kann seine Seitenfläche als ein Triangel quadriert, verwandelt, verglichen, vermehrt und vermindert werden. § 532. 440. 626
- 3) Eine Kugelfläche ist 4mal grösser als seine grösste Circulfläche. d. i. 627
- * Sie verhält sich zu der Circulfläche, die mit dem Ratio der Kugel beschreiben wird, oder zum arithm. Durchschnitt der Kugel wie 4 zu 1
- a) E. läßt sich die Kugelfläche aus 4 oder 12 oder mehreren Kappen zeichnen und construiren. 628
- b) E. kann man sie leicht wie einen Circul quadriren. 629
- c) E. ist sie gleich einem Oblongo, das so lang ist, als die rectificirte Peripherie, und so breit, als der Diameter oder die Arc der Kugel ist. 630
- d) E. kann man sie leicht mit andern Flächen vergleichen, vermehren, vermindern, verwandeln etc. 631
- 4) An allen ähnlichen Körpern sind die gleichnamigen Seitenflächen einander ähnlich, und die gleichnamigen Ecken einander gleich, et v. v. wo dieser 2 Qualitäten eine ist, da muß auch die andere seyn, da müßens ähnliche Körper seyn. 632
- 1) E. müssen auch alle latera homologa an den gleichnamigen Seitenflächen ähnlicher Körper einander proportioniret seyn. § 397. 633
- 2) E. verhalten sich in allen ähnlichen Conis und Kegeln sowohl die schiefen Höhen, als die Arcen just so wie die radii haliren. 634
- 3) E. müssen in allen ähnlichen Körpern die 3 Dimensionen (Länge, Breite und Dicke) einerley Proportion zu einander haben. (Man weise es an 2 ähnlichen Würfeln etc.) 635
- 4) E. Da alle Circul, gleichzeitige Triangel, Quadrate und reguläre Polygone in der Welt einander ähnlich sind: so müssen alle Körper, die von diesen Flächen (in einzelner Arc) generirt oder terminirt werden, einander ähnlich seyn. Folglich 636
- 5) Sind alle Cubi in der Welt, und eben so alle Kugeln etc. mit einander ähnlich; 637
- 6) So viel reguläre Flächen man so zusammen setzen kann, das sie eine körperliche Ecke geben, nur so viel regulärer Körper sind in der Welt möglich: Würthu kanns ihrer nur 5 geben, und unmöglich mehrere, nemlich 3 aus gleichseitigen Triangeln, einen aus Quadraten, und einen aus regulären Fünfecken. 638
- II) Etlliche weisen den Weg zur Cubirung, Vergleichung und Verwandelung einiger Körper, 1. E. 639
- 1) Alle Parallelepipeda, Prismata und Cylinder, die gleiche Basen und Höhen haben, sind (sowol für sich in ihrer Art, als auch unter einander) einander gleich. § 616. Eben wie § 417. 640
- 1) E. können sie für einander substituiren, gerechnet, und sonst tractirt werden. 641
- 2) E. kann man sie leicht in einander verwandeln, wenn man nur der Basen ihre Figur § 432 438 etc. (nicht Größe) ändert. 642
- 3) E. müssen auch ihre Helften, drittel, viertel, und alle ähnliche Theile einander gleich seyn. 643
- 4) Jedes Parallelepipedium gibt 2 gleiche dreieckige Prismata. Demnach ist jedes dreieckige Prisma just die Helfte aus seinem Parallelepipedo. 644
- 5) Da nun jedes viereckige Prisma in 2 dreieckige (jedes fünfeckige in 3, jedes sechseckige in 4, kurz: jedes vieleckige in etliche dreieckige) Prismata kann zertheilt werden: so gilt unter dieser Bedingung von allen diesen Stücken, (sowol einzeln als zusammen genommen) was vom ganzen gilt; und umgekehrt, vom ganzen, was von den einzelnen Stücken gilt. 645
- 2) Alle Pyramiden und Regel, die gleiche Basin und Höhe haben, sind (sowol für sich in ihrer Art, als auch untereinander) einander gleich § 616. Derwegen kann man 646
- a) Sie für einander substituiren, tractiren, rechnen etc. 647
- b) Sie leicht in einander verwandeln, wenn man nur die Figur ihrer Basis ändert. 648

3) Alle

3) Alle Parallelepipeda, Prismata und Cylinder, ferner alle Pyramiden und Regel von gleichen Grundflächen, verhalten sich (so wol für sich in ihrer Art als auch untereinander und vermisch) wie ihre Höhen: Sind aber ihre Höhen gleich, so verhalten sie sich wie ihre Basen. Eben wie § 433. Fig. 147. A, B. P.

- 1) E. müssen sich auch ihre Factoren, eben so verhalten, nach § 434.
- 2) E. kann man dergleichen Körper leicht und kern mit einander vergleichen, und ihre Verhältnisse nicht durch die Solidität (als das factum) sondern durch die bloße Basis oder bloße Höhe (d. i. durch einen von den factoribus) exprimiren. nach § 435.
- 3) E. kann man sie leichtlich mit einander addiren, subtrahiren, multipliciren, und in etliche Theile theilen: denn man darf nur entweder die Basis nach § 456 und 457. 199. oder die Höhe erforderlich verändern.
- 4) E. läßt sich die Cylindrische Wüsternde durch bloße Multiplicirung der Grundfläche eines beliebigen Kammernmasses (ohne Wüsternde seiner Höhe) leicht verfertigen § 664. und die Fässer damit abmessen. § 610.
- 5) E. müssen bey allen diesen Körpern, wenn sie gleich groß sind, die Basen mit den Höhen einander reciprociren, d. i. so viel dem einen an der Basis abgeht gegen den andern, so viel muß ihm dagegen an der Höhe zuwachsen. Tanto vnum superat alterum basi, quanto ab altero superatur altitudine et v. v.
- 6) Und überhaupt: wo es gleich große Körper gibt von einerley Art, da müssen ihre Dimensionen (die Basis und Höhe) in einer geometrischen Proportion mit einander stehen. Wobin läßt sich eine davon immer durch die Regel De Tri finden § 439.
- 7) Da nun jede Körperzahl in zwei beliebige factores zerfällt werden kann, deren der eine nach Gefallen angenommen, der andere aber also gefunden werden mag: so läßt sich jeder Körper § 609 in einen andern unähnlichen von gleicher Art verwandeln, wenn man nur die Basis und Höhe reciprocet ändert. Ja eben so in einen jeden Körper von verschiedener Art. § 441. 199.
- 8) Cylinder und Regel haben Circul zur Basis; aber Circul sind wie die Quadrate ihrer Diametrorum: E. verhalten sich alle gleich hohe Cylinder und Regel wie die Quadrate der Diametrorum ihrer Grundflächen.

4) Jedes dreyeckige Prisma kann in drey just gleiche Pyramiden vertheilet werden.

Diese Pyramiden müssen nicht eben alle drey just gleiche Basen und Höhen unter und mit einander haben: denn es können sich auch nur die Basen mit den Höhen reciprociren: so wird ihre Solidität allerseits (als ein factum aus gleichen, oder doch reciprocirten factoribus) dennoch gleich sein müssen: aber mit dem Prisma müssen sie gleiche Basen und Höhen haben. Von ihrer zweyen ist offenbar, denn ihre Basis ist der Triangel, worauf das Prisma aufrecht steht. Die mittellste Section oder Pyramide aber ist felsam, und man muß, um sie mit einer der ersten Pyramiden zu vergleichen, eine ganz andere lange Basis (nach der Seitenfläche des Prismas), solchlich auch eine andere Höhe beyderseits annehmen. Und alsdenn ist wieder klar, das die Mittel-Pyramide mit einer der Seiten-Pyramiden eine just gleiche Basis und Höhe habe, solchlich ihr gleich groß sey, und also für eine Seiten-Pyramide könne angenommen werden. Nun haben die Seiten-Pyramiden mit dem Prisma gleiche Basis und Höhe. E. kann auch die Mittel-Pyramide als eine solche concipiret und angenommen werden. Daraus folgt, das

- 1) jede dreyeckige Pyramide ist just ein drittel aus ihrem Prisma. i. e. aus einem solchen, welches mit ihr gleiche Basis und Höhe hat.
- 2) Jedes vieleckige Prisma kann in etliche dreyeckige zertheilet werden: aber von einem jeden derselben gilt § 658. Was nun von allen Theilen zusammen gilt, gilt auch vom ganzen. E. kann jedes vieleckige Prisma in drey gleiche dreyeckige Pyramiden zertheilt concipiret werden, die mit ihm gleiche Basis und Höhe haben.
- 3) E. ist jede Pyramide just ein drittel von ihrem Prisma.
- 4) E. ist auch jeder Regel, (als eine ungeschlechte Pyramide) just ein drittel aus seinem Cylinder.
- 5) E. lassen sie sich leicht cubiren, wenn man nur die ganze Basis in die ganze Höhe multiplicirt, und ein drittel daraus nimmt; oder man macht ein factum aus der ganzen Basis in ein drittel der Höhe; oder ein factum aus der ganzen Höhe in ein drittel der Basis.
- 6) E. läßt sich aus dem factum (der Solidität) und einem factor allemal der andere factor, es sey die Basis oder die Höhe, oder deren ein drittel finden, mithin
- 7) diese Körper theils unter einander, theils mit andern vergleichen, verwandeln. 1c.
- 8) Nach § 635. ist zu schließen, das auch die abgekürzten Pyramiden und Regel so können cubirt werden.

III) Ei-

III) Einige zeigen den Grund aller Kugelrechnungen, in dem sie selbige mit andern leichteren Körpern vergleichen, z. E. mit ihrem Cylinder, Cubo, Pyramide, 2c.

1) Jede Kugel ist just zwey drittel aus ihrem Cylinder, i. e. der gleiche Basen und Höhe mit ihr hat, oder so hoch und so dick ist, als die Kugel.

- a) E. Rechne man nur ihren Cylinder aus, und nehme zwey drittel davon: so hat man der Kugel ihre Solidität.
- b) E. läßt sie sich auch leicht in einen gleich grossen Cylinder verwandeln: denn ihre Solidität ist ein factum aus der area des größten Kugelcirculs in zwey drittel des Diametri derselben; oder aus zwey drittheil des größten Kugelcirculs in ihren ganzen Diameter.
- c) E. läßt sich aus der Solidität der Kugel, i. e. dem factum, und einem factor, (z. E. zwey drittheil des Diametri) der andere factor finden, nemlich die größte Kugelscheibe (planum circuli sphaerae maximi).
- d) E. Da jeder Kegel just ein drittel ist aus seinem Cylinder: so gleicht die Kugel zwey solchen Kegeln.
- e) E. Ist die Kugel mit dem Kegel zusammen perfect so groß als dieser Cylinder. Folglich, wenn man denselben eins vom Cylinder subtrahirt: so bleibt das andere übrig 2c.

2) Jede Kugel verhält sich zu ihrem Cubo diametri, fast wie 157 zu 300 (oder wie 8 zu 15.)

- a) E. Verhalten sich auch die hälfte, die viertel, die achtheil 2c. der Kugel (man schneide sie aus einem Apfel,) zu den hälfte, vierteln, achtheil der Cuborum, (oder zu den Cubis der Kugel: radiorum) auch also. Cont. § 456.
- b) E. läßt sich aus dieser Verhältniß die Solidität der Kugel finden, wenn man erst den Kugeldiameter zum Cubo macht, und daraus proportioniret.
- c) E. läßt sich der Cubus Diametri aus der bekannten Solidität der Kugel durch proportioniren finden, folglich
 - a) auch der Diameter der Kugel, deren Solidität bekannt ist, denn eben derselbe ist auch das latus cubi.
 - b) mithin auch der Kugel ihre Peripherie, ihre größte Circulfläche, und auch die ganze Kugelgröße.
- d) E. läßt sich jeder Körperraum, dessen Solidität bekannt, in eine Kugel verwandeln.

3) Jede Kugel ist gleich einer Pyramide, deren Basis so groß ist als die Kugelgröße, und die Höhe so groß als der Kugelradius. (Denn sie ist ein unzähllich eckiges Polyhedrum)

- a) E. kann ihre Solidität als bey einer Pyramide ausgerechnet werden, d. i. sie ist ein factum aus der ganzen Kugelgröße in ein drittel des Kugelradius, et v. v.
- b) E. ist sie ein factum aus der ganzen Peripherie in den ganzen Diameter § 427 und bis noch in ein sechstel des Diametri.
- c) E. Kann man aus der Solidität und dem Diameter der Kugel ihre Oberfläche finden. et v. v.
- d) E. Kann man eine Kugel leicht in eine gleich große Pyramide verwandeln, man verwechsle oder reciprocire, oder andere nur die factores noch befinden.

4) Alle Kugeln verhalten sich zu einander wie die Cubi ihrer Diametrorum.

- a) E. Verhalten sie sich auch wie die Cubi ihrer Radiorum. Demnach ist erlaubt
- b) die Kugel aufs leichteste mit einander zu vergleichen, (an ihren Cubis) z. E. die grossen Weltkörper unter einander.
- c) Die leichteren Verhältnisse für die schwereren zu nehmen, und nicht mit Kugeln, sondern mit ihren Cubis zu operiren.
- d) E. ist leicht Kugeln mit einander zu addiren, zu subtrahiren, zu multipliciren und zu dividiren.
- e) E. Kann man sich einen Caliberstab für die Stückkugeln, sowol als für andere Kugeln verfertigen, und selbigen auch wol an den Proportionalstempel bringen, um die Kugeln nach ihrer Größe, Schwere, Werth 2c. desto leichter mit einander zu vergleichen.

IV) Einige gehören zur Aehnlichkeit, Verhältniß und Verwandlung der Körper.

1) Alle Durchschnitte, die in gleich ausgehenden Körpern mit der Basis parallel geschehen, geben congruierende sowol Flächen als körperliche Scheiben; die aber in zugespitzten Körpern geschehen, geben ähnliche Flächen und Scheiben oder Platten.

- a) E. Wo gleichviel gleich großer Scheiben gemacht werden können, da müssen gleiche Körper seyn.
 b) In zweieckigen eckigen nehme man die dreieckige Pyramide zuerst und zum Grunde. Was nun von einem Triangel gilt, das gilt auch von allen andern, weilen die vieleckigen Quers der Pyramiden können vertheilt werden.
 c) E. Müssen alle Scheiben, die in den zugespitzten sowol congruierenden als auch nur gleich großen Körpern in gleicher Höhe gemacht werden, einander ganz gleich seyn: denn sie haben zu gleichen Basibus gleiche Verhältniß.

2) Alle Prismata, Parallelepipeda, Cylinder, Pyramiden und Regel verhalten sich (sowol für sich in ihrer Art, als unter einander) wie die *facta* aus ihren Grundflächen in die Höhen. (Sunt in ratione composita basium et altitudinum).

- a) E. Wenn die Bases gleich sind: so sind sie wie ihre Höhen, et v. v.
 b) Da alle Cylinder und Regel Circulbases haben; diese aber sich verhalten wie die Quadrate ihrer Diametrorum: so verhalten sich auch alle Cylinder und Regel wie die *facta* aus diesen Quadraten in die Höhen dieser Körper.
 1) E. Wenn sie gleich hoch sind: so verhalten sie sich wie die Quadrate der Basium.
 2) E. Wenn Cylinder so hoch als dick sind: so verhalten sie sich wie die Cubi der Höhen x.
 c) E. Läßt sich die Verwandlung dieser Körper in einander leicht anstellen.

3) Alle ähnliche Körper verhalten sich wie die Cubi ihrer *laterum homologorum*, oder auch wie die Cubi ihrer Höhen. (Sunt in ratione triplicata laterum homologorum etc.)

- a) E. Passen sie sich durch solche Cubos beßend und leicht vergleichen.
 b) Auch am geschwindesten durch solche Cubos addiren, subtrahiren, multipliciren, und dividiren.
 c) E. Läßt sich die Verhältniß aller ähnlichen Körper, 1. E. Glocken, Orgelschiffen, Kästen, Schränke, Cofferet etc. auf einen Proportionalzettel bringen, und alsdenn leicht ausmachen.

4) Jeder Cylinder, der so hoch als dick ist (den wir um deswillen allemal den würflichten Cylinder nennen wollen) verhält sich zum Cubo seines Diametri wie 785 zu 1000; oder wie jede Circulfläche zum Quadrat ihres Diametri.

- a) E. Kann man immer eins aus dem andern finden, wenn eines bekannt ist. Folglich
 b) Auch den Diameter oder die Höhe eines solchen Cylinders, so fern man erst seine Solidität gefunden.
 c) E. Läßt sich auch ein Cubus, mitbin jeder Körper, in einen gleich großen Cylinder verwandeln, der just so hoch als dick ist.
 d) E. Verhalten sich alle solche Cylinder zu einander wie ihre Cubi: und so auch wie die Cubi ihrer Diagonalen.
 e) E. Können sie wie § 703. an ihren Cubis vermehrt und vermindert werden, et § 487. Mitbin läßt sich die Cubische Wiste: runde also verfertigen.

Der

Der zwenyte Theil.

PRAXIS STEREOMETRIAE.

SECTIO I.

STEREOGRAPHIA, die Zeichnung und Formirung der Körper.

A) Die **ZEICHNUNG DER KÖRPER**, aus halb geometrischen, halb perspectivischen Gründen, wie sie theils gemacht werden, theils aussehn. 712

Nota. 1) Man zeichnet die Körper nach ihrem Anblick entweder von menschlichen Körpern ab, oder von andern Kissen, als ihren Originalen. Als von Kissen: so maßt man sie entweder gleich groß, oder größer, oder kleiner nach, als das Original ist, nach § 399. und bis nennt man copiren. Herr Hederich hat in seinen Nebenübungen der Geometrie p. 467. ein eigen Capitel davon. Als von wirklichen Körpern: so ist etwas schwerer, aber desto nützlicher. Hederich handelt davon l. c. p. 202. umständlich. 713

2) Besides geschieht zuerit andereterminirt, ohne am Original etwas nachzumessen, in einem beliebigen Maß. Hernach determinirt, da 1. E. alle zur Zeichnung nöthige Stücke an Körpern mit Ellen, Schuben, Zollen u. gemessen, und alsdenn klein vom Maßstab abgenommen werden. Von beiderley Arten werden jedesmal nur so viel Aufgaben genommen, als Zeit und Umstände erfordern: denn der Exempel könnten unendlich viel werden. So zeichnet man die Körper auch bald stehend, bald liegend, bald geneiget; it. ohne und mit dem Schatten; touchirt, oder schraffirt, oder lichte, oder mit Colorit. 714

3) Die allgemeine Regel für alle Arten ist diese: a) Siehe dir den Körper genau an. b) Mercke wie viele Flächen, die ihn umgeben, dir in die Augen fallen, und welcherley Art sie sind. c) Just so viele mußt du zeichnen, und jede just so, wie sie sich ohngefehr präsentiret, und in welcher Nachbarschaft sie ist. und so werden aus allen dreyen Hauptclassen und dero Zählern die nöthigsten Körper gezeichnet werden. Z. E. Aus den 715

D) **GERADLINIGEN**, und zwar den

A) **GLEICHNUSGEHENDEN** die

1) **Dreieckigen** Prismata Fig. 148. p. 716

2) **Vieleckigen**, mit parallel lauffenden Seiten, besonders den Cubum und das Parallelepipedum Fig. 149. A. B. C. D. p. und mit nicht parallelen Flächen. Fig. 150. A. B. p. 717

3) **Viereckigen** Prismata oder Pfeiler, und zwar so wol die regulären Fig. 151. A. B. C. p. als die irregulären. Fig. 152. A. B. p. 718

B) **ZUGESPITZTERT** oder Pyramiden, einige drey- und vier- und vieleckige, gerad- und frumm aufgehende, reguläre und irreguläre. Fig. 153. A. B. C. D. p. 719

C) **ZUSAMMENGESETZTERT**, und zwar den

1) **regulären**, zeichnet man billig alle fünf reguläre Körper § 382. sqq. theils frey, theils in den Circul eingeschrieben. Fig. 154. A. B. C. D. E. F. p. 720

2) **aus den irregulären**, werden einige corpora truncata gezeichnet, sonderlich aber das corpus Archimedeeum und übrige Arten des cubi truncati. Hederich l. c. p. 211. 215. 223. A. B. C. D. p. 721

3) **aus den irreguläreften**, welchen Körper man will oder am ersten erblickt, so er nur geradflächig ist. Fig. 156. p. 722

II) Aus den **KRUMMGÄNCHEN** zeichnet man alle dreyerley Arten von Kugeln § 589 Fig. 157 A. B. C. p.

III) Aus den **VERMISCHTÄNCHEN** können einige

- a) Gleichausgehende, nemlich Cylinder, Fig. 157 P.
- b) Zugespizte, nemlich Regel, Fig. 158 P.
- c) Zusammengesetzte oder zerstückelte Körper, Fig. 159 A. B. C. p. gezeichnet werden.

B. Die Construction oder Formirung dieser Körper, aus Papier, Pappe, Blech, Holz, Thon, Gips &c.

- Not. 1) Diese Uebungen legen den Grund zur ganzen **WAPPENKUNST**, oder der Wissenschaft aus glatt geschlagenen Pappen, oder ge-
leimten vielfachem Papier (und was dem ähnlich ist) allerley beliebige Behältnisse und Körper geschickt und vortheil-
haftig zu formiren. Sie sind demnach desto nöthiger und nützlicher, und wenigstens theoretisch mit Erzielung aller Haupt-
operationen und Darlegung einiger Modelle und Proben abzuhandeln. *et. Heberich 1. c. p. 203. 199. und der zu Delfarben und*
andern curiösen Wissenschaften wohl anführende Mahler, p. 228. 1699. 313 199. 376 199. 451 1699.
- 2) Wie bei einem jeden Bau das Hauptwerk auf einen guten Plan ankommt: Also auch bei dieser kleinen Baumwissenschaft. Man muß
nemlich 1) Zuvörderst seine Baumaterialien, als Pappe, Papier, Blech &c. nach ihrer Güte und Werth kennen, und sie zu seinem
Bau wohl zuurichten wissen. 2) Daß man ein geschickt Regie auf seine Pappe, Blech &c. wissen zu zeichnen, aus welchem,
wenn man es ausschneidet und mit Fäden versieht, jeder begebte Körper, als aus einem Stück kann formiret werden. 3) Das
ausgeschchnittene Regie muß man wissen bequem zusammen zu legen, zu leimen, und mit allerley Goldpapier, Bildern, Lackir-
ung &c. auszurüsten.
- 3) Wie das Zeichnen geschieht: so ist der Bau; entweder undeterminirt in beliebigem Maß, oder determinirt, im vorgegebenen, oder
an Originalen nachgemessenen Maß. Beides kann man alsdenn nach Erfordern auch vergrößern und verjüngen, je nachdem man
das vorgegebne Maß von einem großen oder kleinen Maßstab abnimmt. Man legt sich sonderlich die in der Stereometrie vor-
kommenden Körper entweder nach den Lehrlinien derselben an, (daß jeder Lehrlin durchs Probiren an den Körpern selbst mecha-
nisch könne dargethan werden); oder sie sollen alle gleich viel fassen; oder alle gleich hoch seyn; oder alle (wenigstens einige)
in eine hohle Kugel passen; oder sonst eine beliebige Verhältnis zu einander haben.
- 4) Die allgemeine Regel der Rezeichnung oder des Zeichnens, wenn man sie von Körpern selbst als von Originalen bernehmen
will, ist diese: 1) Siehe dir den Körper genau an. 2) Zehle alle Flächen die ihn umgeben, und merke, wie vielerley
Art sie sind, und in welcher Nachbarschaft sie unter einander stehen. 3) Miß einer jeden Fläche ihre Länge und
Breite, und 4) zeichne alsdenn just so viele, just so große, just so gestaltete Figuren von einem größern oder kleinern
Maßstab auf deine Pappe; nur just so benachbart unter einander, als die Flächen im Original sind.
Leichter kommt man zum Regie, wenn das Original hohl ist, und man darfs zer schneiden.
- 5) kann mans auf eine vollständigere Pappfabric anlegen: so ist diese kleine Architectur in etliche Hauptsectiones einzutheilen, und
zwar so, daß man immer vom simplen und leichteren auf Schwerere oder mehr zusammen gesetzte gehe. Derachst werden bey
dickem Pappweken können vorkommen 1) Die allgmeine und specielle Kennnis aller Baumaterialien und deren Zubereitung
und Anwendung, samt den allgemeinen Begriffen von allen Hauptoperationen. 2) Zeichner und hauer man die leichtesten geo-
metrischen Körper, allemal so viel als noch und nützlich ist. 3) Folgen allerley kleine und große Schachteln. 4) die schwere-
ren, 5) die schwersten geometrischen Körper. 6) Pennale und Schreibzeuge, glatt und mit Schrauben. 7) Röhren zu
großen und kleinen Ferngläsern. 8) Kleinere und größere Kästchen, Reiseapothecken und Coffres. 9) Allerley Pulpete
und Schräncke. 10) Allerley optische Maschinen, 1. E. Vergrößerungs-Maschinen, gedeckte und offene Multiplications-
maschinen, Reismaschinen von allerley Art, die Zauberalaterne &c. 11) Kommt die Verferrigung der *Gleisern*, und endlich
12) Allerley dierher gehörige Curiositäten von Schirmen, Wachleinwand, Wachlichtern, Gips-Strad- und Schildkröten-
arbeit, Siegeslae, Oblaten, Kütiemachen, Holzeichen, Lackiren &c. so viel der Fleiß zuwege bringt. In den dermaligen Uebungen
gehört aber vornehmlich die Zeichnung der Regie zu den Körpern, in der vorigen Ordnung, nemlich

I) Zu

I) Zu den GEWÖRNECHZEN , und zwar den	53
A) GLEICH AUSGEZEHNEN ,	732
1) Dreieckigen , Fig. 160 p.	733
2) Viereckigen , mit	734
Parallel laufenden Flächen, als zum Cubo, Parallelepipedo, Rhombo und Rhomboide solido, Fig. 161 A. B. C. D. p.	
nicht parallel laufenden Flächen, als zum Trapezio und Trapezoide solido. Fig. 162 p.	
3) Vieleckigen , sowohl den regulären Fig. 163 p. als irregulären Prismatibus, Fig. 164 p.	735
B) ZUGESPITZT , nemlich zu allerley drey- vier- und vieleckigen, regulären und irregulären Pyramiden. Fig. 165 A. B. C. D. p.	736
C) ZUSAMMENGESETZT . Es sind Neße zu zeichnen	
1) Zu den regulären 5 Körpern, § 582 seqq. Fig. 166 A. B. C. D. E. p.	737
2) Zu den irregulären leichteren, als den schönsten und zum Gebrauch nütlichsten Corporibus truncatis; davon man 3. E. auf das Archimedeum 25 Sonnenuhren reissen kann. Fig. 167 A. B. C. D. E. p.	738
3) Zu den irregulärsten und schweresten, 3. E. dem 12. und icosaëdro truncato. Fig. 168 p.	739
II) Zu den KRUMMGWÖRNECHZEN zeichnet man allerley Neße zur Bedeckung der Kugeln.	740
III) Zu den VERMISCHTWÖRNECHZEN . Da braucht man Neße zu den	741
A) Gleichausgehenden, den Cylindern Fig. 169 p.	
B) Zugespizten, den Kegeln Fig. 167 p. cf. Merckleins Mathem. T. 2. p. 380. seqq.	
C) Zusammengesetzten und zerstückelten, oder beliebigen Stücken aus allerley obigen Körpern. Fig. 171 p.	

S E C T I O II.

STEREOMETRIA, die Körpermessung oder Visirkunst.

A. *Stereometria generalis*, die allgemeine Cubierung aller und jeder Körperräume, in der Ordnung, wie sie *Art. I.* des ersten Theiles beschrieben worden.

* Bey einem jeden Körper ist sowohl seine Solidität als seine ganze Oberfläche auszurechnen; welches man zuerst will. Hederich l. c. p. 316. seqq. und 318. seqq. hat beides von einander getrennt. Mercklein l. c. p. 318. seqq. und die meisten andern setzen es beysammen. Beide sind in Specialaufgaben wohl zu gebrauchen. Die Data zur Rechnung kann man entweder an gegenwärtigen Körpern messen, oder beliebig (aber mit Vorsichtigkeit) annehmen. Man berechne die Solidität (nach § 601-615) und die Fläche (nach § 380-391)

I) Der **GEWÖHNLICHEN KÖRPERN**, und zwarA) DER **GLEICHZUSAMMENHÄNGENDEN**,

- 1) Dreyeckigen, s. E. ein dreyeckig Prisma von allerley Arten der Triangel, nach § 610. 644.
- 2) Viereckigen, mit parallelen Flächen, und mit nicht parallelen Flächen nach § 610.
- 3) Vieleckigen regulären und irregulären, nach § 610

B) DER **ZUGESPITZTEN**, oder Pyramiden, welche entweder

- 1) ganz sind, nach § 660 662.
- 2) oder verknüpft, ohne Spitzen, nach § 617. oder durchs äquieren der entgegen gesetzten ungleichen Flächen, oder nach § 667. cf. Mercklein p. 402. seqq.

C) DER **ZUSAMMENGESETZTEN**, und zwar

- 1) die 5 regulären Körper nach § 582 seqq. 660.
- 2) die verknüpften und irreguläreren nach § 617. cf. Hederich p. 345. seqq.
- 3) die irregulärsten, nach § 617.

II) Der **KRUMMZUSAMMENHÄNGENDEN**,

- 1) wahren Kugeln, nach § 669. 675. 680. drey Methoden; die Fläche nach § 627 seqq.
- 2) Austerkugeln, nach § 617.

III) Der **VERMISCHTEN KÖRPERN**,

- A) Gleichausgehenden, nach § 610. 706 seqq. die Fläche nach § 619.
- B) Zugespigten, nach § 663 seqq.
- C) Zusammengesetzten verknüpften und abgeschnittenen Stücke aus allerley obigen Körpern, nach § 617.

B) Stro-

- B) *Stereometria Specialis*, die besondere Visirung oder Ohmung der Kästen, Eisternen, Schiffe, und anderer Behältnisse; Desgleichen der Heu- Holz- Stein- Korn- Hauffen etc. und sonderlich der Kässer.
- * Man kann bey allen diesen Visirungen mit den allgemeinen erst erzehlten Operationen wol auskommen, weil sich alle Körperräume auf die specificirte reduciren lassen: Nur ist nöthig, alles im handlichen Masse auszusprechen, und nicht in einer Anzahl Würfel. Weil aber das allzuviel Rechnens erfordert: so hat man bey den Visirungen, die am meisten vorkommen, allerley kürzere Wege erfunden, welches nun in Exempeln zu sehen. Man visire
- 1) Einen grossen Heustock, und sage wie viel Centner und Pfunde er halte etc. Mercklein l. c. p. 458. 749
 - 2) Einen Fruchthauffen. Mercklein p. 462. Wobey gemessen wird, einen Visirstab, zu den ins gebierte geschütteten Kornhauffen, und einen Visirriemen zu den Kornsäcken zu machen. cf. Boecklers Haus- und Feldschule 1 Theil p. 1257. 750
 - 3) Einen Holz- Ziegel- Steinhauffen etc. Mercklein p. 467. Martii Europäischer Ingenieur p. 133. 551
 - 4) Ein Schiff, oder desselben Theil. Martius l. c. p. 133. 752
 - 5) Eine Eisterne, Wasserbottich, grosse Bassins, Weiher, Teiche etc. 753
 - 6) Ein Faß. Diese Kunst heist ins besondere *Stereometria doliorum* oder *Pithometria*, und kommt am meisten vor. Darum sind hie auch die meisten Vortheile erfunden. Bey allen nimmt man an, daß ein jedes Faß (NB. nur nach dem innern Raum betrachtet) ohnerachtet es einen Bauch hat, dennoch einem gleich ausgehenden Cylinder gleiche, welcher so lang ist, als das Faß selber, und so dicke, als die mittlere dicke des Fasses. Auf dis Suppositum hat man sich dreyerley Visirstäbe (oder auch Visirschnuren) ausgesonnen, vermittelst deren man ohne vieles rechnen den Inhalt eines Fasses finden kann. conf. Mercklein p. 470. sqq. Martius p. 134. sqq. 754
 - a) Den gemeinen, der nach Belieben in Schuhe, Zolle, Linien oder andere gleiche Theilchen eingetheilt ist. Und am Ende ist benngeschrieben, wie viel dergleichen Cubicparticuln zu einer Kanne, Maß, Meße, Viertel etc. gehören. So operiret man nach § 601-615. 755
 - b) Den Cylindrischen, der auf der einen Seite die Längenpuncte von beliebiger Länge hat, und wenn man die Länge des Fasses daran mißt, anzeigt, wie viele just so dicke strata in dem Faße auf einander liegen können. Auf der andern Seite sind die Tieffen-Puncte oder das Quadratzmaß, welches, wenn man den äquirten Boden daran mißt, anzeigt, wie viel Kannen in einem einigen solchen Strato enthalten. Es ist nach § 649. sqq. gerechnet, und wird also der Inhalt durch beyde Seiten nach § 610. gefunden. 756
 - c) Den Cubischen. Dieser setzt voraus, daß jedes Faß einem Cylinder gleiche, der zweymal so lang als dick ist und des Fasses mittlere dicke hat. E. besteht aus zwey würflichten Cylindern. Diese verhalten sich wie ihre Cubi. E. können sie nach § 710. sqq. an ihren Cubis Diagonalium vermehrt und vermindert werden. cf. Mercklein und Martius l. c. Bion p. 61. sqq. 757
- * Vom Visiren der nicht vollen Kässer, siehe Wolffi Elem. Stereometriae p. 211.
- 7) Allerley Kugeln und Körper nach ihrem Gewichte. Wobey vom Caliberstab, so viel nöthig, zu handeln § 690. Mercklein p. 489. 758

SECTION III.
METAMORPHOSIS CORPORVM, die Verwandlung der Körper in andere
beliebige gleich grosse Körper.

A. Die Vorbereitung, nemlich die *Extractione radice cubice*. Davon wohl zu merken

I) DIE DAVON BRAUCHEBAREN TERMINI, oder Definitiones,

- 1) Cubiren heisst einen jeden Körperraum ausrechnen. Im engeren Verstand heisst einen würflichten Körperraum ausrechnen. Womit (§ 595) ist eine 759
- 2) Cubiczahl ein factum aus 3 gleichen factoribus, oder eine Zahl, welche die Anzahl der kleinen Würfelchen in einem grossen Würfelraum anzeigt. § 609. 760
- 3) Eine Cubicwurzel ist also einer von diesen 3 gleichen factoribus, oder die Zahl, die da anzeigt, wie viel kleiner Würfel an der einen Seite des grossen Würfelraums Platz haben, d. i. des *latus cubi*. 761
- 4) Die Cubicwurzel extrahiren heisst nun, den einen factorem aus dem gegebenen facto finden, i. e. das *latus cubi* anzeigen. 762
- 5) Eine monomische Cubiczahl heisst die, deren radix aus einer einzigen bedeutenden Ziffer besteht. 763
- 6) Eine binomische, deren radix aus zweyen; eine polynomische Cubiczahl, deren radix aus 3. 4 und mehrern bedeutenden Ziffern besteht. Jede polynomische lässt sich in etliche binomische Cubiczahlen zergliedern. 764

II) DIE LEZERSUETZE, welche durch die Genesin oder vortheilhafte Ausrechnung eines binomischen Cubi von selbst erhellen.

A) Vom Inhalt. In einem jeden binomischen Cubo sind nur 3 Stücke enthalten: 765

- 1) Zuerst der Cubus des Zeheners. Als denn
- 2) Das Factum intermedium, welches eine Summe ist aus zwey factis,
 - a) aus dem dreysfachen Quadrat des Zeheners in den Einer; und
 - b) aus dem dreysfachen Quadrat des Einers in den Zehener.
- 3) Endlich folgt erst der Cubus des Einers.

* Dies wird a) an Zahlen b) an Buchstaben, c) an einem hölzernen wirklich so getheilten Cubo sichtbar gemacht. Fig. 172 p.

B) Von den Stellen, die man durch wirkliche Zahlconstruction der monomischen und binomischen Cubiczahlen selbst observiren und finden kann. Die Cubi der Einer nehmen nie über 3 Stellen ein. Die Cubi der Zehener nie über 6, die Cubi der Hunderte nie über 9, der Tausende nie über 12 Stellen ein u. Ueberhaupt: Die Cubiczahl kriegt niemals über dreymal so viel Ziffern, als ihrer in der Wurzel sind. 766

III) DIE

III) Die **EXTRACTIO** selbst. Man suche nun die Operationsregeln aus dem obigen selber, und ver-
fähre methodisch, und extrahire

- 1) bloß monomische Cubos ohne und mit Nullen.
- 2) Binomische, die gar aufgehen.
- 3) Trinomische, die gar aufgehen.
- 4) Polynomische, die gar aufgehen.
- 5) Polynomische, die nie aufgehen.
- 6) Allerley beliebige ganze und gebrochene Zahlen, vermittelst der Tabellen und der nepperischen Stäblein.

Die Gedächtnisregel kann seyn:

*Quadratum quoci triplex; divisio fiat;
Ductio tum simplex, quadrata et cubica; subduc.*

Allein die stärksten und beständigsten Gedächtnisregeln
gibt das Nachdenken.

B) Die Verwandlung der Körper in einander selbst.

I) Die **Arithmetische Generalmethode** hilft hier bey allen Schwierigkeiten auf einmal vorbei. Diese beste-
het darinnen: Rechne den gegebenen Körper aus, und zerfalle diese Körperzahl in die zwey
Factores, aus welchen die Solidität desjenigen Körpers bestehet, (§ 610) in welchen
du den gegebenen verwandeln willst. § 654. sqq.

* Zwey *Factores* macht man, wenn der eine, (es sey die Basis oder die Höhe) wäre vorgeschrieben worden: denn so dividiret man mit dem
selben ins factum oder die Solidität hinein. Hat man aber freye Hand, und darf die Solidität in irgend ein Parallelepipedum verwan-
deln: so zerfällt man die Körperzahl sofort in drey *factores*, d. i. die drey Dimensionen des Parallelepipedum hinein.

II) Die **Specialmethoden**, die geometrisch sind, fordern sehr viel neuer Regeln, Zeit, Gedult und
Arbeit, und sind lange nicht so accurat, als diese allgemeine arithmetische. Man mag sie nun gebrau-
chen oder nicht: so kann man sich gleichwol die ungehliche Menge der hieher gehörigen Problematum
lieber in etliche Classen theilen, z. E. in vier. Man verwandele nemlich

- 1) Alle vorgegebene Körper (z. E. Pyramiden, Conos, Cylinder, Prismata, Kugeln, und die fünf regulä-
ren Körper) in Parallelepipeda nach § 642. 656. 665. und umgekehrt. cf. Hederich
l. c. p. 270. sqq.
- 2) Alle vorgegebene Körper in Cubos nach § 760. sqq. und umgekehrt § 709.
- 3) Alle vorgegebene Körper in Kugeln, § 679. sqq. und umgekehrt § 671. 684.
- 4) Die fünf reguläre Polyedra untereinander. Hederich p. 277. Zu welcher artigen Spielerey in des Me-
th. gerechneten Tabellen und auf dem Proportionalzirkel Anstalt genug ist.

SECTIO IV.

CALCVLVVS CORPORVM, die Vermehrung und Verminderung der Körper.

* Die arithmetische Methode ist die wiederum die allgemeine und beste. Sie besteht darinnen: Rechne alle und jede vorgegebene Körper aus, entweder ganz an und für sich selbst, oder nur (nach § 702. sqq.) durch den Cubum eines beliebigen lateris homolog; diese Körper: oder Cubizahlen addire, subtrahire, multiplicire und dividire nach Erforderung; und das was allemal herauskommt, verwandele in eine beliebige ähnliche oder begehrte Körper-Figur.

I) ADDITIO. Man addire mit einander

- 1) Körper von einerley Art. 3. E. zwey und mehrere Pyramiden, oder Conos in eine; einige Cylinder, Prismata, Parallelepipeda in eines; einige Cubos in einen, und einige Kugeln in eine. Hed. p. 363. sqq.
- 2) Körper von verschiedner Art zusammen. 3. E. eine Kugel, ein Prisma, eine Pyramide und ein Dodecaëdram in einen Cubum, in eine Kugel, &c.

II) SVBTRACTIO. Man subtrahire von einander

- 1) Körper von einerley Art. 3. E. eine Pyramide oder Conum von einem andern; einen Cylinder, Prisma, Cubum &c. von einem andern, eine Kugel von einer andern &c.
- 2) Körper von verschiedner Art, als: eine Kugel, ein Prisma, eine Pyramide, ein Dodecaëdram &c. von einem Cubo &c.

III) MVLTIPPLICATIO. Man multiplicire oder mache etlichmal grösser

- 1) Die gleichausgehenden Körper, 3. E. Prismata Parallelepipeda, Cubos und Cylinder, Cisternen, Kästen, Schränke, Coffers, Orgelpfeifen &c. entweder nur in der Basi, oder nur in der Höhe, oder in beyden zugleich. cf. Hederich p. 381. sqq.
- 2) Die zugespitzten Körper, 3. E. Kegel und Pyramiden, entweder nach der Basi allein, oder Höhe allein, oder nach beyden zugleich § 652. sqq.
- 3) Die Kugeln und Polyedra, § 685. sqq. wie bey den Schieß- und Feuerkugeln oft nöthig ist.

IV) DIVISIO. Man theile

- 1) Allerley Körper in etliche gleich grosse oder gleichwichtige Theile, die aber weder unter einander ähnlich noch mit dem Original gleichförmig sind. 3. E.
 - 1) Die gleichausgehenden, als ein Parallelepipedum, Prisma, Cubum und Cylinder in 2. 3. 4. &c. gleiche Theile.
 - 2) Die zugespitzten, als eine Pyramide und einen Conum in etliche gleiche aber unähnliche Theile.
 - 3) Eine Kugel, und die regulären Körper in etliche gleiche aber unähnliche Theile.
- 2) Allerley Körper in etliche gleich grosse, und dem Original ähnliche Theile nach § 702. sqq. 3. E.
 - 1) Gleichausgehende, einen Cubum in etliche Cubos, ein Prisma in 2. 3. 5. andere, einen Cylinder in etliche andere.
 - 2) Zugespitzte, als eine Pyramide oder Conum in etliche andere.
 - 3) Eine Kugel und die Polyedra in etliche andere Kugeln und ähnliche Polyedra.
- 3) Man vergleiche Körper mit Körpern, um auszumachen wie vielmal eines grösser als das andere sey.

Sie mögen nun von einerley Art, und einander ähnlich oder unähnlich seyn; oder sie mögen in ihrer Art differiren. Nach § 702. § 690. sqq. Dieser gehöret die Vergleichung der grossen Weltkörper untereinander aus der Astronomia comparativa, welche einen jeden vernünftigen Menschen, der es überleget, die unbegreifliche Macht und Herrlichkeit Gottes so klar vor Augen stellet, daß sie ihn theils in ein höheres Entsetzen vor dieser hohen Majestät bringet, theils zur tiefen Verehrung dieses Andetens würdigen Schöpfers gewaltig inspiriret.

III. OB-